SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
IN NAPOLI

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV. — VOL. XVI. — (Anno LXXXVIII)

gennaio - dicembre 1949

NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO G. GENOVESE
Pallonetto S. Chiara, 22 - Telef. 22.568
1949

Pubblicato il 13 gennaio 1950

RENDICONTO

DELL' ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

(gennaio-dicembre 1949)

SOCIETÀ NAZIONALE DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
IN NAPOLI

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV. — VOL. XVI. — (Anno LXXXVIII)

gennaio - dicembre 1949

NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO G. GENOVESE
Pallonetto S. Chiara, 22 - Telef. 22.568
1949

Cellule tiazinofile e leucociti eosinofili — Ancora sulla banda anisotropa delle fibre muscolari striate

Nota del socio ordinario **Vincenzo Diamare**

(Adunanza del dì 8 gennaio 1949)

Sunto. — Le *Mastzellen* (Ehrlich), erronee nel nome e nella interpretazione fisiologica, fanno parte di un gruppo particolare, da definirsi col nome di « tiazinofile » del quale esistono diverse categorie tutte da interpretarsi come elementi difensivi ed integrativi di tessuti nelle normali e patologiche contingenze. Analoga interpretazione deve darsi dei leucociti eosinofili, esclusa peraltro qualsiasi relazione attuale o genetica con le tiazinofile. — Il tratto o banda chiara ed anisotropa per eccellenza delle fibre muscolari dei vertebrati corrisponde alla banda *Q* degli Artropodi ed a torto fu scambiato con le banderelle parazetali E' E^2 degli Artropodi (isotrope).

Offrendo all'Accademia copia di due miei scritti (pubblicati nei *Quaderni di Anatomia* del prof. Lambertini, Napoli, Ed. Conte) vorrei brevemente informarla delle ricerche delle quali si occupano.

I. Una nota (serie III, n. 3, 1948) è una relazione critica di una serie estesa di lavori compiuti nell'Istituto da me diretto, dal 1932 al 1947, da esimi studiosi, proff. Ordinari e Liberi Docenti e Medici Ospedalieri, su argomento di notevole interesse nel campo della istofisiologia normale e patologica (le cellule tiazinofile).

Riassumendo il complesso lavoro esplicato dagli studiosi suddetti e la mia sintesi generale affermo che esistono più tipi di elementi da designarsi con questo nome, differenziantisi dal punto di vista citologico e genetico e che la stessa denominazione di « Mastzellen » data dall'Ehrlich nel 1878 a cellule del tipo sino a poco fa conosciute, è erroneo e non rispecchia la realtà istofisiologica, giacchè secondo la nostra veduta questi elementi non sono « cellule rimpinzate » o « distributrici di derrate alimentari » ma elaboratrici di sostanze del tipo enzimotico, cooperanti alla difesa o, comunque, alla integrazione fisiologica dei tessuti in cui si svolgono. Di questi elementi ve ne ha, come ho innanzi detto, di categorie diverse, ma tutte caratterizzate dalla tiazinofilia (colorabilità intensa e tenace, anche con forte scoloramento delle sezioni, con i colori del gruppo delle tiazine). Invero, oltre alle Mastzellen con contenuto idrosolubile, più note nel campo normale, abbiamo dimostrato nel dominio patologico che ve ne ha di quelle niente affatto idrosolubili con vario grado di metacromasia: onde io ho indicato le prime con il nome di tiazinofile α e le seconde con il nome di tiazinofile β, ed

appartengono inoltre al gruppo stesso i clasmatociti tipici, i clasmatociti mastzelliformi, le cellule basofile del sangue o mastleucociti.

Con questo nuovo ordinamento non ci si dissimula che i problemi istochimici e istofisiologici siano molto complessi: differenziamenti più specifici implicano ardue ricerche future, indubbiamente proficue. Merito certamente dei nostri studiosi e di quanto risulta dal presente scritto è di aver accertato nel dominio isto-patologico (in tumori maligni e benigni, lesioni sperimentali, processi zooparassitari quali le bilarziosi umane e la cenurosi cerebrale, lesioni delle vie respiratorie, ulceri gastriche, lesioni genitali, cordone ombelicale e placenta) la comparsa di tiazinofile e desunto soprattutto il loro valore di elementi intratramali difensivi o, comunque, integrativi, armonizzando risultati da essi ottenuti con il poco e mal sicuro della letteratura nel campo dell' anatomia normale e patologica.

In sintesi perciò io ho definito questi elementi quali « *cellule endoistocrine* ». Questa finale concezione avverso la presunta natura degenerativa (ammessa o da altri sostenuta) e quella di elementi semplicemente sovraccarichi di materiali nutritivi da cedere ai tessuti (avversione mia e dei miei dal 1932 ad oggi), è molto soddisfacente che sia stata avvalorata ora dalla comparsa di lavori di chimici biologi americani (W. Montagna e C. R, Noback, Anatomical Record, vol. 100, n. 1, 1948) dimostranti in tiazinofile la esistenza di perossidasi termostabile, citocromoossidasi ed una fosfatasi. Ciò a parte del fatto che già per noi soddisfacente era altresì la constatazione ammessa da Holmgren e Wilander dell'eparina, ripresa ora da altri (Oliver. Bloom e Mangeri).

A titolo poi preventivo io fo noto all' Accademia che, in un lavoro sintetico (in stampa) da uno studioso, che fu per molti anni nel mio Istituto (T. Col. Medico dell' Aeronautica prof. A. Mangiacapra), viene ripreso, in un indirizzo non dissimile sotto certi rapporti, la questione degli elementi designati con il nome di « leucociti eosinofili » e viene comprovato, escludendo la loro presunta natura degenerativa, quella invece altamente difensiva e fisiologica.

Già escludendo noi ogni rapporto attuale e genetico tra eosinofili e tiazinofile, contrariamente a quel che qua e là affiora nella letteratura, l' Autore espone considerazioni particolari e generali complessive che prospettano la comparsa degli eosinofili come un fenomeno di contrapposizione allo stato morboso. A datare dalle personali mie osservazioni in servizio militare (Centro Oftalmico del X Corpo d' Armata, 1918) sull'oftalmie blenorragiche fra le quali emergeva la presenza di un notevole numero di eosinofili nel processo iniziale e medio della flogosi ed assenza nel periodo ulteriore, le considerazioni dell' Autore danno inoltre una più congrua spiegazione del loro considerevole aumento e persino la sintomatica alta pre-

senza nel sangue [1]), in definiti processi morbosi (quale l'echinococcosi, la elmintiasi. bolle della dermatosi di Durhing, oltre che nei focolai emorragici, piaghe cutanee e sierositi etc.). Inoltre dà una valutazione migliore del loro stesso contenuto citoplasmatico, armonizzandolo con il concetto difensivo della loro comparsa.

Naturalmente si apre anche qui un campo di ardue precisazioni ulteriori e di dati specifici istochimici. Io stesso ho in corso delle indagini e non mancherò di informare l'Accademia.

II. La seconda nota (Serie II, n. 4, novembre 1947) riguarda il tema polemico sul quale già intrattenni l'Accademia nella seduta del 5 giugno 1945, cioè la questione della stria anisotropa delle fibre muscolari striate: in questa mia io ribatto fra l'altro e riaffermo che il tratto o banda chiara e anisotropa dei Vertebrati corrisponde al tratto chiaro e anisotropo per eccellenza degli Artropodi, ossia a *Q* di Rollet e che tra i due tipi animali non esiste altra differenza all'infuori della inesistenza o non dimostrabilità nei Vertebrati di quelle bandine chiare ma isotrope rappresentate dalle *E' E''* di Rollet degli Artropodi. Con esse, riaffermo nuovamente gli AA. scambiano erroneamente la banda chiara.

Napoli, Stazione Zoologica, gennaio 1949.

---

[1]) Normalmente nell'uomo nel sangue se ne trovano nella proporzione di 0,5 — 12 % dei leucociti.

Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n dell'S_r proiettivo complesso

Nota V del socio **Nicolò Spampinato**

(Adunanza del dì 5 febbraio 1949)

Sunto. — In questa nota, facendo seguito alle quattro precedenti, comprendenti i numeri da 1 a 31, in cui sono trattati i primi elementi della teoria in questione [1]) vengono introdotti quegli enti geometrici preannunciati nella premessa alla nota prima, col nome di *varietà algebriche di indice di algebricità qualunque* e con la esplicita osservazione che le varietà algebriche *virtuali* (in particolare ordinarie) non sono altro che le varietà algebriche con l'indice di algebricità eguale ad 1 [2]).

---

[1]) N. Spampinato, *Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice* n *dell'* S_r *proiettivo complesso.* [Rend. dell'Accad. delle Sc. fis. e mat. di Napoli, Serie 4ª Vol. XIV e XV (1946-47-48)]. Le dimostrazioni dei teoremi enunciati in tali prime quattro note preventive sono già tutte pubblicate (con la premessa, ai fini didattici, di due parti riguardanti i gruppi virtuali ed ideali di S_1 e le curve ideali e virtuali di S_2) nelle mie *Lezioni di Geometria superiore* vol. III Ed. 1948: *Fondamenti di Geometria algebrica delle varietà virtuali, ideali, generali nel campo complesso.* Parte terza [Casa Editrice Pironti, Via Mezzocannone, Napoli].

[2]) Una varietà algebrica di indice di algebricità qualunque, come per la ipersuperficie, risulta sempre dall'*associare un insieme algebrico di punti con una funzione numerica* ad n valori razionali relativi. È bene mettere in evidenza il fatto che l'opportunità di considerare una varietà algebrica come un ente geometrico ottenuto dall'*associare un insieme algebrico con una funzione numerica*, non solo si è resa manifesta per rendere possibile l'introduzione delle varietà di indice di algebricità qualunque, > 1, ma [come risulta da una recente memoria del Severi: *Il concetto generale di molteplicità delle soluzioni per i sistemi di equazioni algebriche e la teoria delle eliminazioni.* (Annali di Matematica pura ed applicata Serie IV Tomo XXVI 1947)] tale opportunità si è manifestata pure in quelle questioni in cui si vogliono fare delle *necessarie precisazioni* anche nel campo della *Geometria ordinaria.* Infatti il Severi a pag, 224 della detta memoria afferma quanto segue: « Reputo d'ora in poi opportuno di distinguere l'interferenza di più forme algebriche, in quanto insieme dei loro punti comuni (che costituisce anche così una varietà algebrica) dallo insieme stesso a ciascun punto del quale si associi la molteplicità d'intersezione delle date forme, riserbando il nome di intersezione all'ente risultante da tale associazione ». Sicchè ciò che il Severi chiama *interferenza* delle date ipersuperficie algebriche ordinarie non è altro che l'insieme algebrico costituito dai punti comuni ai

Si introducono tali varietà di S_s o intersecando una W_{s-1} *per subordinazione* con una ordinaria varietà di S_s (n. 32) o intersecando, per *moltiplicazione*, due o più ipersuperficie W_{s-1} (n. 33) o applicando successivamente i due suddetti metodi (n. 34).

Si preannunciano inoltre le proprietà fondamentali relative alla *Geometria algebrica di indice di algebricità qualunque* (nel caso *generale* ed *ideale*) sopra un'ordinaria curva algebrica V_1 (come è già stato preannunciato per le V_r nel n. 28 della Nota III).

32. *Intersezione per subordinazione di una* W_{s-1} *di* S_s *con uno* V_r *di* S_s.

Sia V_r^* una varietà algebrica ordinaria dell'S_s proiettivo complesso e $W_{s-1} = [J_{s-1}, N(X, \rho)]$ una ipersuperficie algebrica di indice di algebricità n determinata in S_s da una funzione algebrica semiomogenea ad n valori: $y = f(x_1 \dots x_{s+1})$ (n. 30 e 31).

La funzione numerica $N(X\rho)$, ad n valori razionali, è definita nell'insieme delle coppie punto-ramo (X, ρ) di S_s, insieme che si indica con $S_s(X, \rho)$. Indichiamo con $V^*(X, \rho)$ l'insieme delle coppie punto-ramo (X, ρ) con X punto di V_r^* e ρ ramo col sostegno costituito nei punti di V_r^* considerati indipendentemente dalla loro multiplicità (sostegno di V_r^*). La funzione $N(X\rho)$ definita in $S_s(X, \rho)$ subordina nell'insieme $V_r(X\rho)$ una funzione numerica che indicheremo con $N^*(X, \rho)$. Indichiamo inoltre con J^* l'insieme dei punti comuni all'insieme algebrico J_{s-1}, *sostegno* di W_{s-1} ed all'insieme dei punti, sostegno di V_r^*.

Ciò posto, se V_r^* è *primitiva*, cioè irriducibile o riducibile priva di parti multiple, l'ente geometrico che si ottiene associando l'insieme di punti J^* con la funzione numerica $N^*(X\rho)$ definita in $V_r^*(X\rho)$, si dirà la *varietà algebrica di indice di algebricità* n, *intersezione per* **subordinazione** *della* V_r^* *con la* W_{s-1}, *di sostegno* J^* *e con la funzione numerica* $N^*(X, \rho)$ e si indicherà con $[J^*, N^*(X, \rho)]$.

Se V_r^* non è primitiva, posto:

$$V_r^* = h_1 V_r^{(1)} + \dots + h_t V_r^{(t)}$$

con $V_r^{(i)}$ varietà irriducibile ed h_i interi positivi, se è $[J^{*(i)}, N^{*(i)}(X, \rho)]$ la varietà intersezione di W_{s-1} con $V_r^{(i)}$ per subordinazione, posto:

$$J^* = J^{*(1)} + \dots + J^{*(t)}, \; N^*(X\rho) = h_1 N^{*(1)}(X, \rho) + \dots + h_t N^{*(t)}(X, \rho)$$

---

sostegni di tali ipersuperfici, secondo la *definizione* di *sostegno* introdotta nel n. 3 della mia nota I del 1946. E l'*associare* ad ogni punto di tale insieme *quel numero* (intero positivo) che dà le multeplicità della varietà in quel punto, equivale ad associare a tale insieme di punti *la funzione numerica ad un valore intero positivo* N (x) già introdotta in tale n. 3 *per le ipersuperficie ordinarie*, prima di passare alle ipersuperficie di indice di algebricità qualunque.

si dirà l'ente $[J^*, N^*(X,\rho)]$ l'intersezione di W_{s-1} con V_r^* *per subordinazione*. In ogni caso, la varietà $[J^*, N^*(X,\rho)]$ si dirà determinata sulla V_r^* dalla stessa funzione semiomogenea: $y = f(x_s \dots x_{s+1})$ che determina in S_s la W_{s-1}.

Nel caso generico J^* è di dimensione $r-1$ e la varietà $[J^*_{r-1}, N^*(X,\rho)]$ si dirà di dimensione $r-1$ e si indicherà con W_{r-1}.

33. *Intersezione per moltiplicazione di due o più ipersuperficie* $W^{(i)}_{s-1}$ *di* S_s *di indici di algebricità* n_i.

Posto $W^{(i)}_{s-1} = [J^{(i)}_{s-1}, N^{(i)}(X,\rho)$ $(i = 1 \dots h)$ $(h \geq 2)$ indichiamo con J_k l'insieme algebrico, eventualmente vuoto, dei punti comuni agli insiemi $J^{(i)}_{s-1}$ sostegni delle h ipersuperficie $W^{(i)}_{r-1}$. Posto

$$N(X,\rho) = N^{(1)}(X,\rho) \dots N^{(h)}(X,\rho)$$

la funzione numerica $N(X,\rho)$ sarà ad $n = n_1 \dots n_h$ valori razionali e definita in $S_s(X,\rho)$. Si osservi che se X' è un punto di S_s non appartenente ad J_k gli n valori $N(X'\rho')$, qualunque sia il ramo ρ' di origine X'. *risultano tutti nulli,* perchè per una almeno delle funzioni $N^{(i)}(X,\rho)$ rispondente ad una $W^{(i)}_{s-1}$ il cui sostegno $J^{(i)}_{s-1}$ non contiene X', saranno tutti nulli gli n_i valori che essa assume per la coppia $(X'\rho')$. Sicchè si ha che *le eventuali coppie punto-ramo* $(X\rho)$ *per cui gli* n *valori della funzione numerica* $N(X,\rho)$ *non sono tutti nulli sono solo quelle per cui il punto* X *appartiene all'insieme* J_k. *Per questa proprietà l'ente geometrico che si ottiene associando l'insieme algebrico* J_k *di* S_s, *quando non risulta vuoto, con la funzione, ad* n *valori razionali,* $N(X,\rho)$ definita in $S_s(X,\rho)$, si dirà la *varietà di* S_s *di indice di algebricità* n, *con sostegno* J_k *e la funzione* $N(X,\rho)$ *ottenuta intersecando per* **moltiplicazione** *le* n *ipersuperficie date in* S_s. Se la indichiamo con W_k porremo:

$$W_k = [J_k, N(X,\rho)].$$

34. *Intersezione per moltiplicazione e subordinazione di due o più* $W^{(i)}_{s-1}$ *ed una* V_r *di* S_s.

Se V_r^* è una varietà algebrica ordinaria di S_s e $W^{(i)}_{s-1}$ sono h ipersuperficie algebriche di indici n_i di S_s, applicando successivamente *l'intersezione per moltiplicazione e per subordinazione,* o in ordine inverso per subordinazione e per moltiplicazione, esposti nei numeri precedenti, con gli evidenti mutamenti degli insiemi di coppie punto-ramo, dove sono definite le funzioni numeriche, si perviene alla nozione di *varietà di* V_r^* *di indici di algebricità* $n = n_1 \dots n_h$ di sostegno J_e e di funzione $N(X,\rho)$ definita in

$V_r^*(X,\rho)$ determinata in V_r^* dalle t funzioni semiomogenee che determinano in S_s le h ipersuperficie $W^{(i)}_{s-1}$.

35. *Operazioni fondamentali per le* W_k.

Alle varietà $W_k = [J_k, N(X\rho)]$ di S_s o di V_r^* *si estendono tutte le definizioni ed operazioni già introdotte per le ipersuperficie* $W_{s-1} = [J_{s-1}, N(X,\rho)]$ *di* S_s *nelle note precedenti.* In particolare due varietà $W_k = [J_k, N(X,\rho)]$ e $W_k' = [J_k', N'(X,\rho)]$ si diranno *assolutamente coincidenti* se è $J_k = J_k'$ e $N(X,\rho) = N'(X,\rho)$.

Indicando con $M(X,\rho)$ ed $M'(X,\rho)$ le *funzioni medie* di W_k e W'_k, date dalla media aritmetica dei valori razionali di $N(X,\rho)$ ed $N'(X,\rho)$ rispettivamente, le due varietà W_k e W'_k si dicono *coincidenti in media o idealmente equivalenti se è:* $M(X,\rho) = M'(X,\rho)$.

Una W_k si dirà *virtuale* se è $n = 1$ (in particolare ordinaria). Si dirà *ideale,* se sono ideali le $W^{(i)}_{s-1}$ da cui proviene per intersezione per subordinazione o per moltiplicazione. La funzione $N(X,\rho)$ di una W_k *ideale* assume sempre valori eguali fra loro, e quindi tale valore comune coincide col valore assunto dalla relativa funzione media $M(X,\rho)$.

36. *Multiplicità di un gruppo* W_0 *di una* V_1^* *in un suo punto* X. *Ordine di* W_0.

Sia dato un gruppo $W_0 = [J_0^*, N^*(X\rho)]$ di una curva algebrica ordinaria V_1^* primitiva di S_s, col sostegno J_0^* e la funzione numerica $N^*(X,\rho)$ definita in $V_1^*(X,\rho)$ (n. 32). Gli n valori razionali $\lambda_1 \dots \lambda_n$ di $N^*(X\rho)$ si diranno le sottomultiplicità d'intersezione del ramo ρ di V_1^* nell'origine X, con la W_{s-1} che interseca su V_1^* per *subordinazione* il gruppo W_0. Il valore $\mu^* = \frac{1}{n}(\lambda_1 + \dots + \lambda_n)$ della $M^*(X,\rho)$ si dirà invece *la multiplicità di intersezione* di W_{s-1} con tale ramo ρ nell'origine X. Se la W_{s-1} è determinata in S_s dalla $(n+1)$-pla di ipersuperfici ordinarie $[\Gamma^{(0)} \dots \Gamma^{(n+1)}]$ (n. 21) si ha $\mu = \frac{1}{n}(\mu_1 + \dots + \mu_t)$ essendo μ_i la multiplicità di intersezione di ρ con $\Gamma^{(i)}$. Poniamo

$$J_0^* = A_1 + \dots + A_s$$

con $A_1 \dots A_s$ punti distinti di J_0. Dal punto A_i partono un numero *finito di rami ordinari* di V_1^*. La somma delle multiplicità di intersezione di W_{s-1} con tali rami in A_i si dirà la multiplicità di W_0 nel punto A_i del suo sostegno. Si dirà poi ordine di W_0 la somma delle *multiplicità* di W_0 nei punti $A_1 \dots A_s$ del suo sostegno. La definizione di ordine di W_0 si estende anche al caso in cui V_1^* non è primitiva. Si dimostra che:

L' ordine del gruppo W_0 *intersezione per subordinazione di una curva algebrica ordinaria* V_1^* *con una ipersuperficie* W_{s-1} *di indice di algebricità qualunque dell'* S_s *ambiente di* V_1^* *è sempre uguale al prodotto del numero razionale relativo che dà l' ordine di* W_{s-1} *(n. 22) pel numero intero positivo che dà l' ordine di* V_1^*.

37. *Serie t-lineari ed equivalenza razionale sopra una curva.*

Le serie monolineari e t-lineari di gruppi W_0 sopra una curva algebrica irriducibile V_1^* vengono secate per subordinazione dai sistemi monolineari e t-lineari di W_{s-1} di ρ_s (n. 26 e 27). In particolare le serie monolineari di gruppi *ideali* si ottengono dalle ordinarie serie lineari su V_1^* moltiplicando i suoi gruppi per un razionale $\frac{s}{n}$. *Le serie* t-*lineari si distinguono in sette specie.* Nel caso ideale per ogni specie vi è un tipo detto *normale* e si dimostra che *ogni serie* t-*lineare di gruppi ideali è contenuta in una normale.* Tali nozioni si estendono al caso in cui V_1^* è riducibile, si ha però che *per lo studio delle serie* t-*lineari sopra una curva basta considerare le curve primitive. L' equivalenza razionale* di due gruppi algebrici W_0 e W'_0 di una curva algebrica irriducibile si fa dipendere dall'*equivalenza razionale delle due ipersuperficie* W_{s-1} e W'_{s-1} (n. 28) di S_s, che intersecano V_1^* per subordinazione nei due gruppi W_0 e W'_0. *La definizione si estende al caso* V_1^* *primitiva.* In particolare *nel caso ideale* l' equivalenza razionale sopra una curva V_1^* primitiva si può definire nel seguente modo:

Due gruppi algebrici ideali di una curva algebrica primitiva si dicono razionalmente equivalenti se sono coincidenti in media a due gruppi di V_1^* *appartenenti ad una stessa serie* t-*lineare normale.* Tale equivalenza razionale, nel caso di *gruppi algebrici ordinari*, si riduce all'ordinaria *equivalenza lineare.*

38. *Elementi di un gruppo* W_0. *Gruppi algebrici parziali.*

Quali enti geometrici di un gruppo algebrico W_0 di indice di algebricità qualunque risponderanno ai punti di un ordinario gruppo di una curva primitiva V_1^*? Tali enti sono quelli che vengono chiamati *elementi* di W_0, chiamando *elemento* di un gruppo algebrico $W_0 = [J_0, N(X, \rho)]$ di V_1^* l'ente geometrico che si ottiene associando alla coppia punto-ramo (X', ρ') con X' in J_0 e ρ' ramo semplice di V_1^* di origine X' la n-pla di valori razionali $\lambda_1 \dots \lambda_n$ assunti dalla funzione numerica $N(X, \rho)$ per $X = X'$ $\rho = \rho'$, I numeri $\lambda_1 \dots \lambda_n$ e la loro media aritmetica si diranno *sottoordini* ed *ordine* dell'elemento. *L'ordine di* W_0 *è uguale alla somma degli ordini dei suoi elementi.* Un insieme di un numero finito di elementi di W_0 non coincidente con W_0 si dirà *gruppo algebrico parziale* di V_1^* contenuto in W_0.

L'equivalenza razionale si estende anche ai gruppi algebrici parziali con la seguente *definizione: Due gruppi distinti algebrici parziali* W_0 *e* W'_0, *dello stesso ordine e dello stesso indice di algebricità qualunque di una curva primitiva* V_1^* *si dicono razionalmente equivalenti se esiste su* V_1^* *un gruppo algebrico parziale* W_0'' *tale che gli insiemi* W_0+W_0'' e $W_0'+W_0''$ *risultano due gruppi algebrici totali di* V_1^*. Si dimostra che:

I) *L'equivalenza razionale gode della proprietà transitiva.* Inoltre si dimostra che:

II) *Condizione necessaria e sufficiente perchè due gruppi algebrici totali o parziali distinti* W_0 e W'_0 *di una curva primitiva* V_1^* *siano razionalmente equivalenti è che esista un gruppo* W_0'' *(eventualmente nullo) tale che i due gruppi* $W_0'+W_0''$ e W_0+W_0'' *siano coincidenti in media a due gruppi appartenenti ad una stessa serie* t-*lineare normale su* V_1^*.

Nota I. La proposizione II) serve o poter definire l'equivalenza razionale mediante le serie, come si usa, generalmente, nella Geometria algebrica ordinaria sopra una curva.

Nota II. Dalla stessa proposizione II) risulta che lo studio della equivalenza razionale si può limitare al *campo ideale* senza venir meno alla generalità della trattazione, perchè *data una* W_{s-1} *qualunque esistono sempre delle ipersuperficie ideali coincidenti in media con* W_{s-1}.

39. *Geometria algebrica ideale.*

Quando si considerano solo enti ideali, in particolare virtuali e non si fa uso della *coincidenza assoluta,* ma della *coincidenza ideale* [*che è quella che generalizza quella in uso nella geometria algebrica ordinaria* delle varietà virtuali dato che queste sono definite a meno di varietà additive del tipo $V_k - V_k$] diremo che si studia la *Geometria algebrica ideale.*

Introdotte le serie *t*-lineari di gruppi algebrici ideali totali o parziali *(ottenute con esclusione di elementi fissi)* sopra una curva algebrica ordinaria primitiva V_1^*, si dimostra che *due gruppi di una tale serie sono sempre razionalmente equivalenti.* Questa proprietà può servire per definire l'equivalenza razionale col metodo in uso nella Geometria algebrica ordinaria. Ma è da preferirsi l'altra definizione (data nel n. precedente) *perchè indipendente dalla considerazione delle serie sopra la curva e si può dimostrare la transitività dell'equivalenza prima di considerare le serie* ed in ispecial modo, quelle ottenute con esclusione di elementi fissi delle serie con gruppi di intersezione totale. Inoltre anche con la definizione del n. precedente si dimostra che:

La nozione di gruppi W_0 *razionalmente equivalenti sopra una curva primitiva è invariante per trasformazioni birazionali.*

Tale invarianza si può anche far derivare, dopo aver dimostrato la proposizione II) del n. precedente, dalla seguente proposizione:

La nozione di serie t-*lineare normale di gruppi algebrici totali o parziali sopra una curva primitiva è invariante per trasformazioni birazionali.*

40. Nota. La teoria dell'equivalenza razionale e delle serie t-lineari dei gruppi W_0 di *intersezione per subordinazione* sopra una curva algebrica primitiva V_1 si estende immediatamente nella *teoria dell'equivalenza razionale e delle serie* t-*lineari delle* W_{r-1} *d'intersezione per subordinazione sopra una varietà algebrica primitiva* V_r *di* S_s.

Le catene t-dimensionali e la geometria corpoproiettiva nell'S_r ipercomplesso di 1ª specie sinistro o destro, legato ad un'algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico.

Nota del socio **Nicolò Spampinato**

(Adunanza del dì 5 febbraio 1949)

Sunto. — In un S_r ipercomplesso legato ad un'algebra dotata di modulo, definita in un qualunque corpo numerico, s'introducono quegli enti che generalizzano le catene di Staudt e quelle trasformazioni che estendono le proiettività e le antiproiettività dell'S_t proiettivo complesso.

1. *Definizione sintetica di catena di* S'_r *od* S''_r. Sia A un'algebra dotata di modulo u, definita in un corpo numerico Γ e di ordine n, con le n unità

$$u_1 = u \ , \ u_2, \ldots, u_n.$$

Siano R_{n-1} ed E_{n-1} i due gruppi, e sistemi lineari, di proiettività, *reciproco* ed *equivalente*, determinati da A nell'S_N $[N = n(r+1)-1]$ legato al corpo Γ, le cui varietà invarianti minime, costituite da due congruenze lineari, (S'_{n-1}) ed (S''_{n-1}), di S_N, di spazi ad $n-1$ dimensioni, ci forniscono *la 1ª rappresentazione*, in S_N, dei due spazi proiettivi ipercomplessi di prima specie, sinistro S'_r, e destro S''_r, legati all'algebra A [1].

Fissiamo in S_N un S_t*, con $t \leq N-n$, in posizione generica. Gli ∞^t S_{n-1} delle congruenze lineari (S'_{n-1}) o (S''_{n-1}) uscenti dagli ∞^t punti di S_t*, rappresentano ∞^t punti ipercomplessi di S'_r od S''_r. Tali punti costituiscono

---

[1]) N. Spampinato, *Le riemanniane degli* S_r *ipercomplessi.* (Rend. Acc. delle Sc., Napoli), & 1, n. 4, 1° teorema fondamentale.

quell'ente che diremo *catena t-dimensionale*, di dimensione t rispetto al corpo Γ, e che indicheremo con C_t [1]).

2. *Le catene di dimensione massima.* Nel caso che t assuma il valore massimo $t=N-n$, la varietà di S_N riempita dagli S_{n-1} di (S'_{n-1}) od (S''_{n-1}) appoggiati ad S^*_{N-n} costituiscono una ipersuperficie V'_{N-1}, o V''_{N-1}, che è una di quelle ipersuperficie costituenti il sistema lineare (V'_{N-1}), o (V''_{N-1}), composto, di dimensione R', od R'', che messo in corrispondenza proiettiva con gli iperpiani di un $S_{R'}$, od $S_{R''}$, legato al corpo Γ, determina in tale spazio la varietà W', o W'', che chiamasi *riemanniana* [2]) di S'_r, od S''_r, rispondendo i sistemi (V'_{N-1}), o (V''_{N-1}) alle *sezioni iperpiane* di W', o W''. Possiamo perciò affermare che:

I. *Nella rappresentazione dello spazio di prima specie sinistro* S'_r *o destro* S''_r *sulla riemanniana* W' *o* W'' (2^a *rappresentazione*), *le catene di dimensione massima* $N-n$ *sono rappresentate dalle sezioni iperpiane di* W' *o* W''.

3. *Le catene di dimensione minima* 1. Nel caso $t=1$ cioè nel caso che l'S_t^* sia una retta S_1^* di S_N (in posizione generica), l'S_{n-1} di (S'_{n-1}) o (S''_{n-1}) passante per un punto X di S_1^* descrive, al variare di X in S_1^*, una varietà V_n (V_n^n di Segre, se Γ è il corpo complesso). Ciò deriva per es. per S'_r, dal fatto che gli n punti $X'_1, \ldots, X'_n$ determinanti l'S'_{n-1} di (S'_{n-1}) passante per X sono gli omologhi di X in n proiettività indipendenti del gruppo R_{n-1}, e quindi $X'_1, \ldots, X'_n$ variano in n rette $a_1, \ldots, a_n$ e si corrispondono a due a due in proiettività fra tali rette. Pertanto la varietà riempita da tali ∞^1 S_{n-1} è una di quelle varietà di S_N che estendono una nota varietà di Segre dello spazio proiettivo complesso, a $2n-1$ dimensioni, riempita dagli S_{n-1} ottenuti congiungendo le n-ple di punti corrispondenti di n rette proiettive indipendenti.

Dunque si ha:

II. *Le catene unidimensionali* C_1 *di* S'_r *sono rappresentate, nella* 1^a *rappresentazione da varietà* V_n *(che sono varietà di* Segre V_n^n *se l'algebra* A *è pefinita nel corpo complesso) aventi un sistema di* S_{n-1} *generatori di dimensione* 1 *(rispetto a* Γ*) ed un sistema di* S_1 *direttori di dimensione* $n-1$ *(rispetto a* Γ*).*

---

[1]) Tali enti generalizzano le *catene* di Staudt della retta proiettiva complessa, che sono rappresentate dalle rette della congruenza ellittica di S_3 (immagine di tale retta complessa) appoggiate ad una retta S_1 dell'S_3 ambiente della congruenza. Si osservi esplicitamente che, per la definizione stessa, una catena c_t di S'_r, o S''_r, costituisce uno spazio di dimensione t legato al corpo Γ in cui A è definita.

[2]) Loc. cit. in [1]), & 2, n. 2.

4. *Definizione analitica di catena di dimensione t.* Sia $X(x_0, x_1, \ldots, x_r)$ un punto variabile in S'_r (o in S''_r) e quindi con $(x_0, x_1, \ldots, x_r)$ $(r+1)$pla di elementi di A con la 1ª caratteristica *sinistra* (o *destra*) massima (cioè n) e definita a meno di un fattore λ in A *a destra* (od *a sinistra*) non nullo nè divisore dello zero. Le equazioni parametriche:

$$(1) \qquad x_j = a_{j0}\rho_0 + a_{j1}\rho_1 + \ldots + a_{jt}\rho_t \qquad (j = 0, 1, \ldots, r),$$

con a_{js} elementi di A ed $(a_{0s}, a_{1s}, \ldots, a_{rs})$ $(s = 0, 1, \ldots, t)$ coordinate di un punto P_s di S'_r (od S''_r), rappresentano al variare dei $t+1$ parametri omogenei ρ_i *nel corpo* Γ, un insieme di punti di S'_r (od S''_r), costituenti una catena, secondo la definizione data nel n. 1. Infatti, tali equazioni parametriche, posto $x_i = x_{i1}u_1 + \ldots + x_{in}u_n$, con x_{ij} numeri del corpo Γ, equivalgono ad equazioni parametriche lineari:

$$(1') \qquad x_{ij} = \rho_{ij}(\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_t)$$

degli stessi parametri $\rho_0, \ldots, \rho_t$ e quindi rappresentanti in S_N, ambiente della congruenza (S'_{n-1}) [o (S''_{n-1})], un $S^*_{t_1}$, con $t_1 \leq t$ (nel caso generico vale il segno $=$).

Sicchè possiamo assumere le (1) per *definire analiticamente* una catena C_{t_1} di S'_r, od S''_r, secondo che le $x_0, \ldots, x_r$ si considerino, con le a_{js}, definite a meno di un fattore a destra od a sinistra.

Le stesse equazioni (1); se si fanno variare le $\rho_0, \ldots, \rho_t$ in A, ci danno le equazioni parametriche di uno spazio S'_t subordinato di S'_r, se è $t < s$, quindi la catena C_{t_1} appartiene a tale S_t. In particolare si ha:

Una catena unidimensionale c_1 *di* S'_r *(od* S''_r*) appartiene ad un* S'_1 *(od* S''_1*) subordinato di* S'_r *(od* S''_r*)*

5. *Teorema fondamentale per le catene unidimensionali.* Per le catene unidimensionali (di S'_1 od S''_1) vale il seguente

Teorema fondamentale: Per tre punti generici di un S'_1 *sinistro od* S''_1 *destro passa una ed una sola catena, qualunque sia l'algebra* A, *dotata di modulo, a cui tale* S_1 *è legato.*

Infatti, nell'S_{2n-1} ambiente delle congruenze (S'_{n-1}) od (S''_{n-1}) che danno la 1ª rappresentazione di S'_1 od S''_1, consideriamo i tre S_{n-1} immagini dei tre punti fissati in S'_1 o S''_1. Ebbene, in S_{2n-1} esiste una sola V_n di cui al n. 3 fra i cui S_{n-1} generatori vi siano i tre S_{n-1} fissati e quindi esiste una sola catena di S'_1 o S''_1 contenente i tre punti.

6. *Geometria corpo-proiettiva di* S'_r *o* S''_r. Una corrispondenza di S'_r, o S'', si dirà una *corpo-proiettività* se è rappresentata, nella 1ª rappresentazione di S'_r, o S''_r, nella congruenza lineare (S'_{n-1}), o (S''_{n-1}), dalla corrispondenza subordinata in detta congruenza da una proiettività dello S_N, legato a Γ, ambiente della congruenza, e trasformante la congruenza in sè stessa. Dato che le proiettività di S'_r o S''_r, definite dalle sostituzioni li-

neari fra $n+1$ variabili in A risultano rappresentate nella congruenza lineare da corrispondenze subordinate da proiettività dell'S_N, si ha che:

Le proiettività di S'_r, *o* S''_r, *sono particolari corpo-proiettività.*

Ma non tutte le corpo-proiettività sono proiettività. Per es., nel caso dell'S_1 proiettivo complesso, le corpo-proiettività sono le *proiettività* e le *antiproiettività*, dato che sono queste tutte e sole le corrispondenze rappresentate nella congruenza ellittica dalle corrispondenze subordinatevi dalle proiettività dell'S_3 ambiente della congruenza.

Dato che le proiettività di S_N trasformanti in sè stessa la congruenza (S'_{n-1}), o (S''_{n-1}), formano gruppo, segue che *le corpo-proiettività di* S'_r, *o* S''_r, *formano gruppo.*

Si dirà *geometria corpo-proiettiva* di S'_r, o S''_r, la geometria di S'_r, o S''_r, avente per gruppo principale di trasformazioni il gruppo delle corpo-proiettività di S'_r, o S''_r.

L'ente *catena t-dimensionale* di S'_r, o S''_r, è un ente di pertinenza di tale geometria, perchè:

I) *Una corpo-proiettività di* S'_r, *o di* S''_r, *trasforma una catena t-dimensionale in una catena t-dimensionale.*

Ciò segue immediatamente dal fatto che, se una catena C_t è rappresentata dagli S_{n-1} di (S'_{n-1}), o di (S''_{n-1}), appoggiati ad un S_t^* di S_N, una proiettività di S_N, trasformante (S'_{n-1}), o (S''_{n-1}), in sè stessa e subordinantevi la corrispondenza immagine della data corpo-proiettività di S'_r, o S''_r, trasformerà S_t^* in un S_t^{**} e quindi trasformerà gli spazi generatori di (S'_{n-1}), o (S''_{n-1}), appoggiati ad S_t^* in spazi generatori appoggiati ad S_t^{**}, e questi rappresentano pure una catena t-dimensionale di S'_r, o S''_r.

Si osservi esplicitamente che la proprietà I) generalizza la nota proprietà delle proiettività ed antiproiettività dell'S_1 proiettivo complesso di trasformare catene in catene.

7. *La nozione di birapporto di quattro punti di una catena unidimensionale di* S'_r, *o* S''_r, *legati ad un'algebra* A *in un corpo* Γ *diverso dal corpo* C(2), *e sua invarianza rispetto alle corpo-proiettività.* Essendo ogni catena unidimensionale di S'_r, o S''_r (e quindi di un S'_1 od S''_1, di S'_r od S''_r) un S_1 proiettivo legato al corpo Γ in cui è definita l'algebra A [vedi nota [2]], se è Γ diverso dal corpo $C(2)$, per ogni quaterna ordinata X_1, X_2, X_3, X_4 di punti di C_1 resta definito il birapporto di tale quaterna, birapporto che sarà un numero λ di Γ, o, ciò che è lo stesso, un elemento di A del tipo λu, con λ in Γ ed u modulo di A. Si ha che:

La nozione di birapporto di una quaterna ordinata di punti di una catena C_1 *di* S'_r, *o* S''_r, *è invariante rispetto al gruppo delle corpo-proiettività di* S'_r, *o* S''_r.

Si generalizza così una nota proprietà che riguarda le catene dell'S_1 proiettivo complesso rispetto alle proiettività ed antiproiettività.

Le date di pubblicazione della « Fauna del Regno di Napoli » di Oronzio Gabriele Costa e di Achille Costa

Nota del socio ordinario **Geremia D' Erasmo**

(Adunanza del dì 5 marzo 1949)

Sunto. — Le date di pubblicazione dei numerosi fascicoli di questa importante opera di Costa padre e figlio hanno costituito finora una sorgente di difficoltà per zoologi e paleontologi. Avendo potuto precisarle in base all' esame di una nuova copia non rilegata, l' A. risolve nella presente nota quasi completamente il problema, fornendo un minuto elenco delle date di pubblicazione dei singoli fogli di testo.

Conoscere l' esatta data di pubblicazione di un lavoro scientifico è cosa importante per parecchi motivi, ed ancor più nel caso delle scienze biologiche, allorchè occorra stabilire la priorità delle specie istituite dagli autori e dirimere le questioni che possono sorgere in fatto di sinonimia. Ma non sempre è possibile giungere ad una soddisfacente cognizione di tali date, specialmente quando si tratta di lavori antichi non inseriti in Atti accademici o in riviste scientifiche, o di pubblicazioni edite a puntate, cioè a fascicoli separati senz' ordine nè regolarità.

Difficoltà di questo genere hanno incontrato non pochi autori, che trattarono delle specie, viventi o estinte, istituite da quell' operoso naturalista leccese che fu Oronzio Gabriele Costa, grande raccoglitore e paziente illustratore delle ricchezze zoologiche e paleontologiche del mezzogiorno d'Italia. Basti qui ricordare, fra i tanti, Sherbon, Seguenza, Fornasini, Silvestri, Bassani, Galdieri, D'Erasmo, che hanno discusso, in vari lavori, la validità di numerose specie costiane rispetto ad altre istituite da autori molteplici, giungendo a risultati non sempre concordi nè decisivi. Difficoltà dello stesso genere ha incontrato lo scrivente, in un lavoro di revisione critica della opera paleontologica di O. G. Costa, iniziato da tempo e non ancora compiuto, specialmente per le monografie maggiori di quest' ultimo studioso.

Fra le opere del Costa per le quali più difficile riesce precisare le date di pubblicazione delle singole parti, è senza dubbio da mettere al primo posto la *Fauna del Regno di Napoli.*

Questo lavoro di gran mole, in cui il Costa ebbe a collaboratore, specialmente per la parte entomologica, il proprio figlio Achille, fu iniziato nel 1829 e pubblicato a dispense, che uscirono separatamente, senza alcun ordine sistematico e a vari intervalli di tempo, fino al 1874. Essendo Oronzio Gabriele morto il 7 novembre 1867, le poche dispense pubblicate posteriormente

a tale data a completamento di parti trattate da lui, sono dovute al figlio Achille, il quale aveva del resto, già dal 1851, a varie riprese collaborato ai volumi riguardanti gli Emitteri, gli Ortotteri ed i Crostacei e preparato per intero quelli relativi ai Neurotteri, agli Imenotteri ed ai Coleotteri. Complessivamente, secondo i dati degli elenchi bibliografici annessi alle necrologie di O. G. Costa, i fascicoli dovrebbero essere 114, e le tavole 359. Ma in realtà, da un computo più accurato, istituito direttamente sulle copie da me esaminate, risulta che le pagine di testo sommano a 3692 e le tavole a 408. Quanto ai fogli di stampa, è da osservare che non tutti risultano di 8 pagine, essendoci pure non pochi mezzi fogli (4 p.) e quarti di foglio (2 p.).

L'opera, stampata in un ristretto numero di copie, è ormai fuori commercio e costituisce una vera rarità da bibliofilo. Le poche copie esistenti nelle biblioteche pubbliche e private non sono sempre complete, nè ordinatamente rilegate, giacchè i diversi fascicoli non hanno per lo più numerazione progressiva, essendo state le varie parti pubblicate sotto forma di monografie separate per i diversi generi. Ed anche le tavole presentano spesso numerazione non ordinata; sicchè più difficile riesce collocarle al posto giusto e stabilirne le eventuali lacune. Di queste difficoltà, del resto, si rendeva conto lo stesso Costa, che per alcune parti della sua opera sentì il bisogno, allorchè ne considerava compiuta la trattazione, di indicare alla fine, in una specie di sommario, o nella copertina che racchiudeva i fascicoli, l'ordine dei fogli e la successione delle tavole, da «servir di guida al legatore».

Molti fogli portano l'indicazione precisa del giorno, mese ed anno di pubblicazione. A seguire questo sistema il Costa s'indusse verosimilmente nel 1837; giacchè nella Prefazione alla III parte dei *Pesci*, scritta nel settembre di quell'anno, affermava: «L'ittiologia della *Fauna del Regno di Napoli* porta in fronte l'epoca del 1836, quando noi versammo con poco più di celerità l'impressione di questa branca. A scanso di ogni altra maligna imputazione i fogli che si succedono da ora innanzi porteranno in dorso l'epoca della loro impressione: siccome avevamo incominciato a praticare per i Medusari per sottrarsi da un plagio al quale si trovavano in preda».

La data di pubblicazione, indicata sulla maggior parte dei fogli che videro la luce dopo tale epoca, ma non su tutti, venne stampata in corpo 6 sul dorso di ciascun foglio in senso verticale. Essa non è perciò più leggibile allorquando i fogli sono insieme rilegati, come si verifica appunto per tutte le copie conservate nelle biblioteche pubbliche e private. Fortunatamente in questi ultimi mesi sono venuto a conoscenza di una copia pressochè completa dell'opera, ancora non rilegata per la massima parte dei volumi che la costituiscono, che è venuta recentemente in possesso dell'Istituto Zoologico dell'Università di Bari. Essa mi ha consentito di completare le indicazioni, che avevo raccolte sulle date di pubblicazione dei diversi fogli in base alle copie consultate a Napoli (Biblioteca Universitaria, Biblio-

teca Nazionale, Istituto Zoologico ecc.). Di tali date desidero dar notizia in questa nota, con la speranza di fare cosa utile agli studiosi.

Ai colleghi ed amici Mario Salfi ed Augusto Stefanelli, che mi hanno consentito l'esame delle copie conservate nei loro Istituti, ed ai proff. Liborio Salomi e Bernardo Terio, che mi hanno cortesemente aiutato nel paziente ed accurato controllo delle date di stampa, esprimo i miei più sentiti ringraziamenti.

A chiarimento delle indicazioni contenute nelle pagine che seguono desidero avvertire:

1. — I diversi volumi e fascicoli della *Fauna del Regno di Napoli* vengono appresso elencati in ordine sistematico, e con la medesima intitolazione ad essi data dall'autore.

2. — Ho cercato di precisare le parti dovute ad Achille Costa, non sempre nettamente indicate nei frontespizi e nelle prefazioni.

3. — Mi sono servito, per le indicazioni che seguono, della copia più completa, allorchè in qualcuna di quelle da me consultate mancavano pagine di testo, o frontespizio, o tavole.

4. — Ho calcolato per intero, nella numerazione dei fogli, la frazione del foglio di stampa (cioè il mezzo foglio ed il quarto di foglio).

5. — Ho messo i puntini ..... quando non mi è stato possibile di accertare la data in alcuna delle copie da me esaminate.

6. — Ho detto invece « *senza data* » allorchè ho potuto stabilire che i fogli, o le frazioni di foglio di testo, furono pubblicati senza alcuna indicazione di data.

7. — Quanto all'ordine dei fogli di testo, possono trovarsi alcune variazioni nelle diverse copie, specialmente quando manchi un indice che stabilisca la successione voluta dall'autore nella trattazione dei singoli generi, e non ci sia un complesso di tavole ordinatamente numerate. È per questo motivo che ho creduto necessario indicare i generi trattati in ciascun foglio, eliminando così ogni dubbio sulla data di pubblicazione di ciascuno di essi.

Mammiferi (di O. G. Costa)

Volume costituito da 15 fogli di testo e da 5 tavole, con frontespizio datato 1839 (tip. Azzolino). Comprende una « Prefazione generale », in cui è esposto il piano dell'opera.

foglio n. 1 e 2	pagine	I-II	Frontespizio	. . . . .	1839
»	»	III-XV	Prefazione generale, datata 3-I-1839		
» 3	»	I-IV	animali vert. Classe I. Prefazione .	15 gen. 1839	
	»	5-8	Quadro delle sp. indigene ed acclimatizzate		
» 4	»	9-16	Quadro ecc. (cont.)	1° mar. 1839	
» 5	»	17-23	Quadro ecc. (cont.)	6 mar. 1839	
» 6	»	1-8	Supplem. al catalogo de' mammiferi	2 lug. 1847	
» 7	»	1-4	Prefaz. alle monogr. spec. dei micromammiferi	6 ott. 1845	
» 8	»	1-8	Gen. *Sorex*, subgen. *Sorex*, *Crocidura*	7 ott. 1844	
» 9	»	9-12	subgen. *Crocidura* (cont.), *Pachiura*	2 dic. 1844	
» 10	»	13-20	subgen. *Crossopus*. Add. *Crocidura*. Consid. gen.	24 lug. 1847	
» 11	»	1-8	gen. *Mus*	30 lug. 1845	
» 12	»	9-16	gen. *Mus* (cont.)	30 lug. 1845	
» 13	»	1-8	gen. *Arvicola*	6 ott. 1845	
» 14	»	9-12	gen. *Arvicola* (cont.)	6 ott. 1845	
» 15	»	2 s. num.	Quadro comp. dimens. sp. *Mus* e *Arvicola*	*(senza data)*	
	»	1 »	Indice	*(senza data)*	

Uccelli (di O. G. Costa)

Volume costituito da complessivi 20 fogli di testo e 15 tavole, con frontespizio datato 1857 (tip. Sautto). È distinto in due parti.

Parte I, *contenente il Catalogo sistematico delle specie che vivono od approdano nel Regno di Napoli* (pp. I-V e 7-88).

foglio n. 1, pp.	I-V		Prefazione (datata 1° luglio 1839)	. . . . .	1839
»	»	7-8	Ordine I: Uccelli da preda. Gen. *Vultur*, *Percnopterus*, *Falco*		
» 2	»	9-16	gen. *Aquila*, *Astur*, *Nisus*, *Milvus*, *Parnis*, *Buteo*, *Circus*, *Otus*, *Strix*, *Bubo*, *Surnia*	30 set. 1839	
» 3	»	17-24	gen. *Noctua*, *Scops*. — Ordine II: Passeri. Gen. *Lanius*, *Muscicapa*, *Ampelix*, *Turdus*, *Gracula*, *Pyrrhocorax*, *Oriolus*, *Motacilla*, *Saxicola*, *Sylvia* .	15 mag. 1840	

foglio n. 4, pp.	25-32	gen. *Sylvia* (cont.), *Curruca*, *Accentor*, *Regulus*, *Troglodytes*, *Motacilla*, *Bodytes*, *Saxicola*	1° mar.	1855
» 5 »	33-40	gen. *Anthus*, *Caprimulgus*, *Cypselus*, *Hirundo*, *Alauda*, *Emberiza*, *Parus*	*(senza data)*	
» 6 »	41-48	gen. *Parus* (cont.), *Fringilla*, *Pyrgita*, *Carduelis*, *Linaria*, *Coccothraustes*, *Pyrrhula*, *Loxia*, *Sturnus*, *Corvus*, *Pica*, *Garrulus*, *Coracias*	1° dic.	1855
» 7 »	49-56	gen. *Sitta*, *Certhia*, *Tichodroma*, *Upupa*, *Merops*, *Alcedo*. — Ordine III: Uccelli rampicanti. Gen. *Picus*, *Yunx*, *Cuculus*. — Ordine IV: Colombe. Gen. *Colomba*, *Turtur*. — Ordine V: Gallinacei. Gen. *Pavo*, *Meleagris*, *Numida*, *Phasianus*, *Gallus*, *Francolinus*, *Perdix*	1° ott.	1856
» 8 »	57-64	gen. *Coturnix*. — Ordine V [1]): Trampolieri. Gen. *Struthio*, *Otis*, *Oedicnemus*, *Charadrius*, *Squatarola*, *Vanellus*, *Haematopus*, *Grus*, *Ardea*, *Ciconia*, *Platalia*, *Ibis*, *Numenius*, *Scolopax*	1° gen.	1857
» 9 »	65-72	gen. *Scolopax* (cont.), *Arenaria*, *Machetes*, *Tringa*, *Totanus*, *Strepsilas*, *Himantopus*, *Recurvirostra*, *Rallus*, *Gallinula*, *Porphyrio*, *Fulica*, *Glareola*, *Phoenicopterus*. — Ordine VI: Palmipedi. Gen. *Podiceps*, *Colymbus*, *Alca*, *Puffinus*, *Larus*	8 gen.	1857
» 10 »	73-80	gen. *Larus* (cont.), *Sterna*, *Pelecanus*, *Phalacrocorax*, *Cygnus*, *Anser*, *Fuligula*, *Anas*	15 gen.	1857
» 11 »	81-88	gen. *Anas* (cont.), *Mergus*. — Supplemento gen. *Vultur*, *Falco*, *Strix*, *Lanius*, *Cinclus*. — Nomi volgari napolitani da aggiungersi a diverse specie	31 gen.	1857

PARTE II, *contenente la descrizione delle specie più rare e delle meritevoli d' illustrazione* (pp. 1-67, e 15 tavole).

foglio n. 1, pp.	1-2	Bottello (senza frontespizio)	*(senza data)*	
»	3-5	Prefazione		
»	6-8	Gen. *Sylvia*		
» 2 »	9-16	Iconografia. — Gen. *Bombycilla*. *Accentor* . .	*(senza data)*	
» 3 »	17-24	Rarità. Gen. *Muscicapa*, *Tringa*, *Phalacrocorax*	2 apr.	1855
» 4 »	25-32	gen. *Phalacrocorax* (cont.), *Anas*	10 apr.	1855
» 5 »	33-40	» *Anas* (cont.). *Porphyrio*, *Cygnus*, *Mergus*	2 set.	1855
» 6 »	41-48	» *Alca*, *Puffinus*, *Podiceps*, *Sylvia* . . .	21 apr.	1855
» 7 »	49-56	» *Sylvia* (cont.), *Tichodroma*, *Grus*, *Ciconia*, *Leptoptilos*		

[1]) È ripetuto il n. V, per errore.

foglio n. 8,	pp. 57-58	gen. *Mycteria, Ciconia*	. . . . .
	» 59-60	Indice alf. dei gen. e delle sp.	
» 9	» 61-63	Indice alf. ecc. (cont.)	. . . . .
	» 64-66	Indice alfab. dei nomi volgari ecc.	
	» 67	Indice sommario delle materie	

Pesci (di O. G. Costa)

Volume costituito da complessivi 113 fogli di stampa e da 109 tavole. È distinto in tre parti, oltre ad un supplemento.

Parte I, *risultante da 79 fogli di testo e da 68 tavole, con frontespizio datato 1850* (tip. Azzolino).

foglio n. 1,	pp.	1-2	Frontespizio	. . . . .	1850
		3-4	Avvertimento		
» 2	»	1-8	Prima div.: Acantotterigi. Gen. *Labrax* . .		25 giu. 1844
» 3	»	1-4	gen. *Apogon*		25 giu. 1844
» 4	»	1-4	» *Cernua*		3 nov. 1849
» 5	»	1-4	» *Anthias*		10 lug. 1844
» 6	»	1-8	» *Serranus*		8 apr. 1845
» 7	»	9-14	» *Serranus* (cont.)		31 mar. 1846
» 8	»	1-4	» *Plectropoma*		10 lug. 1844
» 9	»	1-4	» *Polyprion* [1]		. . . . .
» 10	»	1-8	» *Trachinus*		29 apr. 1846
	»	9-10	» » (cont.)		
» 11	»	1-8	» *Uranoscopus*		4 mag. 1846
	»	9-10	» » (cont.)		
» 12	»	1-6	» *Sphyraena*		7 mag. 1846
	»	1-2	» *Paralepis*		
» 13	»	1-8	» *Mullus*		25 lug. 1846
» 14	»	9-13	» » (cont.)		31 lug. 1846
» 15	»	1-8	Fam. Squamipenni. — Gen. *Brama*		30 apr. 1849
» 16	»	9-12	gen. *Brama* (cont.)		3 mag. 1849
» 17	»	13-15	gen. *Brama* (cont.) Spieg. tav. LII. . . .		10 lug. 1850
» 18	»	1-2	Seconda div.: Malacotterigi addominali [2] .		*(senza data)*
» 19	»	1-8	Ciprinoidei: Gen. *Cyprinus, Barbus* [3] . . .		*(senza data)*
» 20	»	9-16	gen. *Tinca, Leuciscus* [3]		*(senza data)*
» 21	»	17-24	» *Leuciscus* (cont.) [3]		*(senza data)*
» 22	»	25-32	» » (cont.), *Cyprinus, Cobitis, Lebias* [3]		*(senza data)*
» 23	»	33-38	» *Lebias* (cont.) [3]		*(senza data)*

[1]) Nell'Indice della parte prima queste pagine figurano stampate nell'anno 1829.

[2]) Nell'Indice predetto queste pagine figurano stampate nell'anno 1845.

[3]) Nell'Indice della parte prima queste pagine figurano stampate nell'anno 1838.

foglio n.	24,	pp.	1-6	Fam. *Salmonidei*: gen. *Salmo*	4 dic. 1844
»	25	»	1-8	gen. *Goniosoma*	15 mag. 1844
»	26	»	1-4	» *Saurus*	15 giu. 1844
		»	1-4	» *Scopelus*	
»	27	»	1-4	» *Aulopus*	2 apr. 1845
			1-4	» *Chlorophthalmus*	
»	28	»	1-8	» *Sudis*	29 lug. 1845
»	29	»	1-8	Malac. sottobr.: gen. *Gadus*, *Merlangus* .	15 giu. 1844
»	30	»	9-16	gen. *Gadus* (cont.), *Merlucius*, *Lota* . .	19 lug. 1844
»	31	»	17-20	» *Motella*	20 lug. 1844
»	32	»	21-28	» *Brosmius*, *Phycis*, *Lota* (agg.) . . .	8 ott. 1844
»	33	»	29-36	app. ai gen. *Merlucius*, *Motella* e *Phycis* .	10 nov. 1846
»	34	»	37-46	id. id. id. .	11 nov. 1846
»	35	»	1-8	gen. *Macrourus*	7 mag. 1846
		»	9-10	» » (cont.)	
»	36	»	1-6	Fam. Pleuronettidi. Gen. *Platessa*	5 feb. 1847
»	37	»	7-14	gen. *Platessa* (cont.), *Rhombus*	4 mag. 1847
»	38	»	15-22	» *Rhombus* (cont.)	1° mag. 1847
»	39	»	23-30	» *Rhombus* (cont.), *Hippoglossus* . . .	15 nov. 1847
»	40	»	33-38	» *Hippoglossus* (cont.), *Solea*	18 nov. 1847
»	41	»	39-46	» *Solea* (cont.)	10 nov. 1847
»	42	»	47-54	» » » *Monochirus*	8 feb. 1848
»	43	»	55-62	» *Monochirus* (cont.), *Achirus*	9 feb. 1848
»	44	»	63-66	» *Achirus* (cont.), Conclus. fam. Pleuronettidi	1° apr. 1848
			1-2	Fam. Lepadogostridei	
»	45	»	1-4	gen. *Lepadogaster*	4 gen. 1840
»	46	»	5-8	» » (cont.)	4 mar. 1840
»	47	»	9-11	» » »	8 mag. 1848
»	48	»	1-2	Fam. Echeneididei	 1850
»	49	»	1-8	gen. *Echeneis*	5 feb. 1840
»	50	»	9-14	» » (cont.)	6 mar. 1840
»	51	»	15-22	» » »	22 feb. 1845
»	52	»	23-26	» » »	8 mar. 1845
»	53	»	1-2	Malacotterigi apodi. Fam. Anguilliformi .	8 mar. 1849
»	54	»	1-8	gen. *Anguilla*	 1850
»	55	»	9-16	» » (cont.)	10 giu. 1850
»	56	»	17-24	» » »	12 giu. 1850
»	57	»	25-32	» » »	15 giu. 1850
»	58	»	33-40	» » »	19 giu. 1850
»	59	»	41-48	» » »	4 lug. 1850
»	60	»	49-56	» » »	10 lug. 1850
»	61	»	1-8	» *Conger*	5 ott. 1844

foglio n. 62,	pp.	9-16	gen.	*Conger* (cont.)	4 gen. 1845
» 63	»	1-4	»	*Ophisurus*	12 mar. 1844
» 64	»	5-6	»	*Ophisurus* (cont.)	20 apr. 1844
» 65	»	1-8	»	*Cynoponticus*	6 nov. 1845
» 66	»	9-12	»	*Cynoponticus* (cont.)	16 lug. 1846
» 67	»	1-2	»	*Muraena*	20 apr. 1844
» 68	»	3-10	»	*Muraena* (cont.)	4 dic. 1844
» 69	»	1-8	»	*Sphagebranchus*	1° apr. 1844
» 70	»	1-8	»	*Ophidium*	1° ago. 1843
» 71	»	9-16	»	*Ophidium* (cont.)	1° set. 1843
» 72	»	1-8	»	*Fierasfer*	8 gen. 1842
» 73	»	1-4	»	*Leptocephalus* [1])	*(senza data)*
» 74	»	1-4	»	*Helmichthys*	12 mar. 1844
» 75	»	1-8	»	*Ammodytes*	22 mar. 1849
» 76	»	9-10	»	» (cont.)	12 apr. 1849
		1-2	»	*Sgairhynchus, Gymnotus*	
» 77	»	1-4	»	Errata-corrige	*(senza data)*
» 78	»	1-8	»	Indice della parte prima	*(senza data)*
» 79	»	1-8	»	Spieg. delle tavole della parte prima	18 genn. 1853

Parte II, *priva di frontespizio, risultante da 20 fogli di testo e da 25 tavole.*

foglio n. 1,	pp.	1-8	gen.	*Scorpaena*	*(senza data)*
» 2	»	1-8	»	*Gasterosteus, Trachictys*	*(senza data)*
» 3	»	9-15	»	*Trachictys* [2])	*(senza data)*
» 4	»	1-8	»	*Zeus*	4 mag. 1852
» 5	»	9-12	»	*Zeus* (cont.)	4 mag. 1852
» 6	»	1-8	Fam.	Tenioidei: Gen. *Lepidopus*	2 ago. 1852
» 7	»	1-8	gen.	*Trachypterus*	6 lug. 1842
» 8	»	9-16	»	*Trachypterus* (cont.)	12 ott. 1842
» 9	»	17-20	»	*Trachypterus* (agg.)	20 ott. 1852
» 10	»	1-7	»	*Cepola*	1° set. 1852
» 11	»	1-8	»	*Atherina*	16 mag. 1852
» 12	»	9-16	»	*Atherina* (cont.)	19 mag. 1849
» 13	»	1-8	Fam.	Fistulariidei: Gen. *Capros*	1° apr. 1853
» 14	»	9-16	gen.	*Capros* (cont.)	3 apr. 1853
» 15	»	1-2	Fam.	Esoceti	19 ago. 1850
		1-4	Ord.	Plettognati. Fam. Sclerodermi. Fam. Gimnodonti	

[1]) Nella Prefazione alla parte III (pag. 5) è detto che queste pagine vennero pubblicate nel novembre 1829.

[2]) Alla fine della descrizione di questo gen. c'è la data « 6 giugno 1842 ».

foglio n.	16, pp.	5-12	gen.	*Balistes*	20 ago. 1850
»	17 »	13-20	»	*Balistes* (cont.)	28 ago. 1850
»	18 »	21-28	»	*Balistes* (cont.), *Orthagoriscus*	31 ago. 1850
»	19 »	29-36	»	*Orthagoriscus* (cont.)	1° set. 1850
»	20 »	37-44	»	*Orthagoriscus* (cont.)	2 set. 1850

Parte III, *priva di frontespizio, risultante da 13 fogli di testo e da 15 tavole.* Vi è premessa una Prefazione con considerazioni generali sulla ittiologia, datata settembre 1837.

foglio n.	1, pp.	1-8		Prefazione. Catalogo sistematico ecc. (incompleto)	15 nov. 1838
»	2 »	1-8	gen.	*Rhinobatus*	1° ott. 1853
»	3 »	1-8	»	*Pristis*	1° giu. 1853
»	4 »	1-8	»	*Notidanus*, *Heptanchus*	1° mag. 1857
»	5 »	9-16	»	*Heptanchus* (cont.), *Hexanchus* . . .	31 mag. 1857
»	6 »	1-4	»	*Echinorhinus*	29 dic. 1857
»	7 »	1-8	»	*Chimaera*	16 feb. 1852
»	8 »	9-16	»	*Chimaera* (cont.)	27 feb. 1852
»	9 »	17-24	»	*Chimaera* (cont.)	28 feb. 1852
»	10 »	25-32	»	*Chimaera* (cont.)	20 mar. 1852
»	11 »	33-40	»	*Chimaera* (cont.)	26 mar. 1852
»	12 »	41-47	»	*Chimaera* (cont.)	1° apr. 1852
»	13 »	1-7	»	*Branchiostoma*	(*senza data*)

Supplemento, *risultante da 4 pagine di testo e da 1 tavola.*

foglio n.	1, pp.	1-4	gen.	*Cyrtorhynchus*	3 nov. 1855

Acefali senza conchiglia [1]) (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 2 fogli di testo e da 3 tavole.

foglio n.	1, pp.	1-8		Caratteri generali. — Gen. *Bifora*	1° lug. 1840
»	2 »	1-3	gen.	*Polychrates*	16 ott. 1838

Crostacei (di O. G. Costa e di A. Costa)

Volume costituito da 43 fogli di testo e da 31 tavole, con frontespizio datato 1836 (tip. Azzolino). Per la massima parte dovuto ad O. G. Costa, fu completato dal figlio Achille per alcuni fogli che portano la sigla A. C.

[1]) Con tale denominazione, seguendo il Cuvier, O. G. Costa designa i Tunicati.

(17, 18, 19. 30, 31, 32, 37) stampati nel periodo 1851-53 e probabilmente anche per qualche altro, pubblicato qualche anno prima. Ad Achille Costa è inoltre dovuto il foglio 20, edito nel 1871, a più di tre anni dalla morte del padre.

foglio	n. 1,	pp. 1-4	Prefazione (datata 15 maggio 1838).		1838
»	2	» 1-7	Catalogo de' Crostacei del regno di Napoli .	17 giu.	1840
»	3	» 1-4	Crostacei. — Ordine I. Decapodi	3 giu.	1840
»	4	» 1-8	gen. *Portunus*	28 feb.	1840
»	5	» 1-8	» *Lupa, Plationicus, Cancer, Xantho* . . .	4 mag.	1840
»	6	» 9-10	» *Xantho* (cont.)	3 giu.	1840
»	7	» 1-8	» *Pirimela, Thia, Eriphia, Pilumnus, Thelphusa*	20 gen.	1840
»	8	» 9-12	» *Gonoplax*	24 feb.	1840
		» 1-4	» *Pinnotheres*		
»	9	» 1-8	» *Grapsus, Corystes, Leucosia, Ebalia* . .	(*senza data*)	
»	10	» 1-8	» *Parthenope, Eurynoma*	(*senza data*)	
»	11	» 9-16	» *Eurynoma* (cont.), *Acanthonyx, Pisa* . .	2 dic.	1838
»	12	» 17-24	» *Lissa, Maia, Inachus, Achaeus, Macropodia*	3 dic.	1838
»	13	» 25-26	» *Macropodia* (cont.)	3 mar.	1839
»	14	» 1-2	» *Mithrax*	10 mag.	1840
»	15	» 1-2	» *Calappa*	(*senza data*)	
»	16	» 1-8	» *Homola, Dorippe, Dromia*	28 feb.	1840
»	17	» 1-8	Addiz. a' decapodi brachiuri: gen. *Ebalia, Ilia*	3 feb.	1853
»	18	» 9-16	gen. *Amathia, Lambrus, Platyonichus, Portunus*	1° apr.	1853
»	19	» 17-20	» *Portunus* (cont.)	11 apr.	1853
»	20	» 21-28	» *Heterograpsus, Euchirograpsus, Nautilograpsus, Pilumnus, Gonoplax, Pirinula, Atelecyclus, Xantho*	1° feb.	1871
»	21	» 1-8	gen. *Pagurus* [1]	(*senza data*)	
»	22	» 9-13	» *Pagurus* (cont.), *Birgus, Coenobita, Prophilaceus*	(*senza data*)	
»	23	» 1-8	gen. *Megalopa, Gebia, Callianassa*	3 giu.	1840
»	24	» 9-10	» Addizioni alla *Callianassa subterranea* .	20 feb.	1847
		» 1-2	» *Nephrops*		
»	25	» 1-4	» *Typton*	16 lug.	1846
»	26	» 1-4	» *Cryptophthalmus*	(*senza data*)	
»	27	» 1-5	» *Periclimenes*	17 mag.	1846
»	28	» 1-8	» *Pandalus, Palaemon*	(*senza data*)	
»	29	» 1-8	Ordine II: Crostacei Stomatopodi. Caratteri gener. Gen. *Mysis, Phyllosoma*	26 mar.	1847

[1]) Nella Prefazione alla parte III dei *Pesci* è affermato (pag. 5) che la pubblicazione dei fogli relativi ai gen. *Idoteca, Stenosoma* e *Pagurus* avvenne nel novembre 1829.

foglio n. 30, pp.	1-2	gen.	*Talitrus*	. .	apr. 1851
	1-2	»	*Orchestia*		
» 31 »	1-6	»	*Callisoma*	. . . . .	1851
	1-2	»	*Lysianassa*		
» 32 »	1-4	»	*Guerinia*		2 apr. 1853
» 33 »	1-4	»	*Phronima*		(*senza data*)
» 34 »	1-6	»	*Phrosine*		(*senza data*)
» 35 »	1-3	»	*Stenosoma* [1])		(*senza data*)
	1-4	»	*Idotea* [1])		
» 36 »	5-6	»	*Idotea* (cont.)		27 feb. 1847
	1-6	»	*Anthura*		
» 37 »	1-4	»	*Jaera*		2 apr. 1853
» 38 »	1-6	»	*Anceus, Praniza*		(*senza data*)
» 39 »	1-8	Ordine I. Entomostraci Branchiopodi. Caratt. gen. e classif. — Gen. *Cypris*			19 apr. 1847
» 40 »	9-12	gen. *Cypris* (cont.)			1° set. 1847
» 41 »	1-7	»	*Cypridina*		15 mar. 1847
» 42 »	1-4	»	*Nesidea*		3 mag. 1849
» 43 »	1-2	Ordine II. Entomostraci Pecilopodi. Caratt. gen.			26 dic. 1838
	1-6	e classif. — Gen. *Edwardsia*			

Cirripedi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 4 fogli di testo e da 1 tavola.

foglio n. 1, pp.	1-8	Caratteri generali. — Gen. *Anatifa, Otion, Cineras, Pentalasmis*		20 nov. 1840
» 2 »	9-16	gen. *Pentalasmis* (cont.), *Scalpellum, Pollicipes, Alepas, Balanus, Diadema, Chelonibia*		23 nov. 1840
» 3 »	17-22	gen. *Savignium, Acasta, Balaninus, Balanus*		20 gen. 1841
» 4 »	23-30	» *Balanus* (cont.), *Chthamalus, Creusia* . .		4 gen. 1841

Aracnidi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontesp., costituito da 5 fogli di testo e da 5 tavole.

foglio n. 1, pp.	1-8	Caratteri generali	(*senza data*)
» 2 »	9-16	Caratteri generali (cont.). — Gen. *Mygale* . .	(*senza data*)
» 3 »	17-24	gen. *Mygale* (cont.), *Dysdera*	(*senza data*)

[1]) Nella Prefazione alla parte III dei *Pesci* è affermato (pag. 5) che la pubblicazione dei fogli relativi ai gen. *Idoteca*, *Stenosoma* e *Pagurus* avvenne nel novembre 1829.

foglio n. 4, pp.	1-8	Ordine II: Aracnidi tracheari. Fam. Pseudoscorpiones. Gen. *Chelifer*. — Fam. Picnogonides. Gen. *Phanodemus*	5	nov.	1838
» 5 »	9-10	gen. *Phanodemus* (cont.), *Foxichilus*	5	nov.	1838

Ortotteri (di O. G. Costa e di A. Costa)

Volume costituito da 18 fogli di testo e da 15 tavole, con frontespizio datato 1836 (tip. Azzolino).

Il frontespizio reca il nome O. G. Costa; il foglio 9°, col quale s'inizia la descrizione dei Grillidei, porta il nome di A. Costa e la data marzo 1852. È probabile, pertanto, che spettino al padre i primi 8 fogli (cioè le pp. I-VIII e 1-48), privi della data di pubblicazione, e che tutto il resto del volume (fogli 9° a 18°, editi dal 1° aprile 1852 in poi) sia dovuto al figlio Achille

foglio n. 1, pp.	I-VIII	Frontespizio (datato 1836). Prefazione	1836		
» 2 »	1-4	Ortotteri. Caratteri generali	(*senza data*)		
» 3 »	1-8	Gen. *Acridium*, subgen. *Acridium*	(*senza data*)		
» 4 »	9-16	s. gen. *Acridium* (cont.)	(*senza data*)		
» 5 »	17-24	» *Acridium* (cont.)	(*senza data*)		
» 6 »	25-32	» *Acridium* (cont.)	(*senza data*)		
» 7 »	33-40	» *Acridium* (cont.)	(*senza data*)		
» 8 »	41-48	» *Podisma*	(*senza data*)		
» 9 »	1-8	Fam. Grillidei. Caratteri gen. (a firma di A. Costa). Gen. *Gryllotalpa*, *Gryllus*	1°	apr.	1852
» 10 »	9-16	gen. *Gryllus* (cont.), *Alamia*	3	apr.	1852
» 11 »	17-24	» *Alamia* (cont.), *Oecanthus*, *Mogoplistes* .	5	apr.	1852
» 12 »	25-28	» *Mogoplistes* (cont.)	3	lug.	1852
» 13 »	29-36	» *Xya*, *Gryllus*, *Nemobius*	18	dic.	1855
» 14 »	37-44	» *Nemobius* (cont.), *Mogoplistes*, *Arachnocephalus*, *Myrmecophila*, *Brachytrypes*	18	dic.	1855
» 15 »	45-52	Addizioni ed osservazioni. Catalogo dei Grillidei. Spiegaz. delle tavole VI a IX . . .	20	dic.	1855
» 16 »	1-8	Fam. Locustidea. Gen. *Locusta*, *Saga* . . .	14	gen.	1871
» 17 »	9-16	gen. *Raphidophora*, *Meconema*, *Cyrtaspis* . .	1°	ott.	1860
» 18 »	17-24	» *Cyrtaspis* (cont.), *Ephippigera*, *Orphania*	4	set.	1874

Nevrotteri (di A. Costa)

Fascicolo costituito da 12 fogli di testo e da 7 tavole, con frontespizio datato 1860-70 (tip. A. Cons).

foglio n. 1, pp.	1-4	Frontespizio. — Prefazione (datata dic. 1870)			
» 2 »	1-8	Fam. Ascalaphidea. Gen. *Ascalaphus*	3	nov.	1855
» 3 »	9-12	gen. *Ascalaphus* (cont.), *Theleproctophylla* . . .	3	nov.	1855

foglio n.	4,	pp.	1-8	Fam. Myrmeleontidea. Gen. *Myrmileon, Acanthaclisis, Macronemurus*	3	dic.	1855
»	5	»	9-16	gen. *Macronemurus* (cont.). *Myrmecaelurus* .	4	dic.	1855
»	6	»	17-20	» *Myrmecaelurus* (cont.), *Aplectrocnemus* .	4	dic.	1855
»	7	»	1-8	Fam. Hemerobiidea: Caratt. gen. (datati 1855). Gen. *Osmylus, Micromus, Drepanopteryx, Mucropalpus*		dic.	1855
»	8	»	9-16	gen. *Mucropalpus* (cont.), *Hemerobius* . . .	15	dic.	1855
»	9	»	17-22	» *Hemerobius* (cont.), *Dilar*	15	dic.	1855
		»	1-2	Fam. Mantispidea. Gen. *Mantispa*			
»	10	»	1-8	Aggiunte alle prec. fam.: gen. *Myrmecaelurus, Mucropalpus, Nevrorthus, Isoscelipteron, Dilar, Sisyra*	7	gen.	1871
»	11	»	1-8	Fam. Rhaphidiidea. Gen. *Rhaphidia, Inocellia*	30	dic.	1855
»	12	»	1-8	Fam. Phryganeida. Gen. *Lasiocephala, Limnephila, Hydropsyche*	1°	feb.	1871

Lepidotteri (di O. G. Costa)

Volume costituito da complessivi 59 fogli di testo e da 37 tavole, con frontespizio datato 1832-36 (tip. Tramater). È dedicato a D. Leopoldo di Borbone, principe di Salerno (3 maggio 1836), ed è distinto in due parti.

Parte I: «*lepidotteri diurni, crepuscolari ed alcune famiglie de' notturni*», risultante da 44 fogli di testo e da 21 tavole.

foglio n.	1,	pp.	I-IV	Introduzione e dedica	3	mag.	1836
»	2	»	V-XI	Prefazione	(*senza data*)		
»	3	»	1-5	Lepidotteri: Caratteri generali	»		
			1-3	Fam. prima: Lepidotteri diurni o Parpaglioni			
»	4	»	1-4	Gen. *Papilio*	»		
»	5	»	1-8	» *Nymphalis, Parnassius*	»		
»	6	»	9-11	» *Parnassius* (cont.)	»		
			1-2	» *Thais*	»		
			1-2	» *Pieris*	»		
»	7	»	3-10	» *Pieris* (cont.), *Colias*	»		
»	8	»	11-18	» *Colias* (cont.), *Melitaea*	»		
»	9	»	19-26	» *Argynnis, Vanessa*	»		
»	10	»	27-30	» *Vanessa* (cont.)	»		
			1 —	» *Libythea*	»		
			1-2	» *Limenitis*	»		
»	11	»	1-8	» *Satyrus*	»		
»	12	»	9-16	» *Satyrus* (cont.), *Polyommatus*	»		
»	13	»	17-23	» *Polyommatus* (cont.)	»		

foglio n. 14, pp.		1-4		Gen. *Hesperias*	(*senza data*)
»	15	»	1-2	Fam. seconda: Lepid. crepuscolari. Caratt. gen.	»
			1-6	Gen. *Sphinx*	»
»	16	»	7-14	» *Smerinthus, Zygaena*	»
»	17	»	15-22	» *Zygaena* (cont.), *Syntomis, Thyris, Sesia*	»
				Supplemento: gen. *Sphinx*	»
»	18	»	1-2	Gen. *Procris, Atychia*	»
			1-8	Fam. terza: Lepid. notturni. Caratt. generali	»
				Gen. *Cossus, Zenzera, Saturnia*	»
»	19	»	9-16	» *Saturnia* (cont.), *Bombyx, Pygaera* . . .	»
»	20	»	17-22	» *Orgyia, Psyche, Chelonia, Callimorpha* . .	»
»	21	»	25-32	» *Callimorpha* (cont.), *Lithosia, Harpya* . .	»
»	22	»	33-34	» *Dicranura*	»
			1-8	» *Noctua, Bryophila, Triphaena*	»
»	23	»	9-16	» *Triphaena* (cont.), *Amphipyra, Mania, Phlogophora, Apamea, Thyatyra*	»
»	24	»	17-24	» *Gonoptera, Mythimna, Caradrina, Leucania, Cucullia*	»
»	25	»	1-2	» *Pyralis*. Caratteri generali	»
			1-2	» *Herminia*	
			1-2	» *Hypena*	
			1-2	» *Pyralis*	
»	26	»	3-4,1-4	» *Pyralis* (cont.)	»
»	27	»	1-2	» *Scopula*	»
			1-5, 1	» *Botys, Asopia*	
»	28	»	2,1-2,1	» *Asopia* (cont.), *Pyrausta Hercyna* . . .	»
»	29	»	1-6	» *Nymphula*	»
»	30	»	1-2	» *Ennychia*	»
			1-4	» *Galleria*	
»	31	»	1-8	» *Tinea*	»
»	32	»	9-16	» *Tinea* (cont.)	»
»	33	»	17-24	» *Tinea* (cont.)	»
»	34	»	1-8	» *Chilo*	»
»	35	»	1-4	» *Phycis*	»
			1-4	» *Lispe*	
»	36	»	1-8	» *Yponomeuta, Haemilys, Hypsolopha, Rhinosia*	»
»	37	»	1-4	» *Plutella*	»
			1—	» *Harpiterix*	»
»	38	»	1-2	» *Palpula*	»
			1-4	» *Lampros*	
			1-2	» *Adela*	
»	39	»	1-4	» *Elachista*	»
»	40	»	1-8	» *Oecophora*	»

foglio n. 41, pp. 9-16 gen. *Oecophora* (cont.) . . . . . (*senza data*)
» 42 » 1-8 » *Ornix* . . . . . »
» 43 » 1-4 » *Pterophorus, Orneodes* . . . . . »
» 44 » 1-4 Indice . . . . . »
1 4 Spiegazione delle tavole . . . . . »

PARTE II: « *Geometre* », risultante da 15 fogli di testo e da 16 tavole.

foglio n. 1, pp. 1-8 Geometre. Caratteri generali . . . . . 29 apr. 1848
» 2 » 9-16 Gen. *Cleogene, Minoa, Geometra, Phorodesma, Hemithea* . . . . . 1° mag. 1848
» 3 » 17-24 » *Hemithea* (cont.), *Metrocampa* . . . . . 18 mag. 1848
» 4 » 25-32 » *Rumia, Ennomos* . . . . . 2 set. 1848
» 5 » 33-40 » *Ennomos* (cont.), *Crocallis, Scodiona* . . . 21 ott. 1848
» 6 » 41-48 » *Macaria, Aspilates* . . . . . 21 ott. 1848
» 7 » 49-56 » *Aspilates* (cont.), *Fidonia* . . . . . 28 nov. 1848
» 8 » 57-64 » *Fidonia* (cont.), *Amphidasis, Boarmia* . . 12 mar. 1849
» 9 » 65-72 » *Boarmia* (cont.) . . . . . 12 apr. 1849
» 10 » 73-80 » *Elophos, Gnophos* . . . . . 5 lug. 1849
» 11 » 81-88 » *Mniophila, Eubolia* . . . . . 28 lug. 1849
» 12 » 89-96 » *Eubolia* (cont.), *Anaitis* . . . . . 11 mar. 1850
» 13 » 97-104 » *Anaitis* (cont.), *Larentia* . . . . . 20 giu. 1850
» 14 » 1-8 Bombicoidi. Gen. *Acronycta* . . . . . 8 ago. 1849
» 15 » 1-8 Cocliopodi. » *Limacodes* . . . . . 14 ago. 1849

Imenotteri (di A. Costa)

Volume, privo di frontespizio, costituito da complessivi 59 fogli di testo e da 49 tavole. Secondo le indicazioni dell'autore, dovrebbe essere suddiviso in tre parti; ma in tutte le copie da me esaminate sono riconoscibili soltanto una parte che tratta degli « Imenotteri aculeati », ed un'altra che riguarda gli « Imenotteri trivellanti sessiliventri ». Quest'ultima è contrassegnata come la « parte terza » del volume, ed essendo fornita di un proprio frontespizio ed indice è la sola che si possa considerare come completa.

PARTE I (e II?): *Imenotteri aculeati*. Fogli 34 di testo e 29 tavole.

foglio n. 1, pp. 1-8 Fam. Sphecidea. Caratteri generali. Gen. *Sphex* 1858
» 2 » 9-16 gen. *Sphex* (cont.), *Gastrosphaeria, Enodia, Psammophila, Pelopoeus* . . . . . 10 set. 1858
» 3 » 17-24 gen. *Pelopoeus* (cont.), *Ammophila, Miscus, Psen, Mimesa* . . . . . 15 set. 1858
» 4 » 25-28 gen. *Mimesa* (cont.) . . . . . 20 set. 1858
» 5 » 29-36 Aggiunte alla fam. Sphecidea: gen. *Sphex, Enodia, Pelopoeus, Ammophila, Psen* . . . . . 1° mag. 1861

foglio n. 6, pp.	1-8	Fam.	Bembicidea. — Gen. *Bembex*	20	ott.	1872
» 7 »	1-8	»	Pompilidea. Caratt. gen. — Gen. *Priocnemis*	3	feb.	1859
» 8 »	9-16	gen.	*Priocnemis* (cont.)	15	gen.	1874
» 9 »	17-24	»	*Priocnemis* (cont.), *Pompilus*	18	gen.	1874
» 10 »	1-6	Fam.	Sapygidea. — Gen. *Sapyga*, *Polochrum* .	30	ott.	1872
» 11 »	1-8	»	Philanthidea. — Gen. *Philanthus*, *Cerceris*	1°	feb.	1860
» 12 »	9-16	gen.	*Cerceris* (cont.)	15	feb.	1860
» 13 »	15-22	»	*Cerceris* (cont.)	3	nov.	1872
» 14 »	23-30	»	*Cerceris* (cont.)	10	nov.	1872
» 15 »	31-38	»	*Cerceris* (cont.), *Philanthus* (agg.) . . .	15	nov.	1872
» 16 »	1-8	Fam.	Nyssonidea. — Gen. *Bembecinus*, *Stizomorphus*	18	feb.	1859
» 17 »	9-16	gen.	*Stizus*, *Sphecius*, *Synnevrus*	18	feb.	1859
» 18 »	17-24	»	*Synnevrus* (cont.), *Nysson*, *Brachystegus* .	18	feb.	1859
» 19 »	25-32	»	*Brachystegus* (cont.), *Hoplisus*	20	feb.	1859
» 20 »	33-40	»	*Hoplisus* (cont.), *Lestiphorus*	22	feb.	1859
» 21 »	41-48	»	*Harpactes*	22	feb.	1859
» 22 »	49-56	»	*Harpactes* (cont.), *Alyson*, *Stizus* (agg.), *Hoplisus* (agg.)	1°	ago.	1859
» 23 »	1-8	Fam.	Scoliidea. — Gen. *Scolia*	29	dic.	1858
» 24 »	9-16	gen.	*Lisoca*, *Elis*	29	dic.	1858
» 25 »	17-24	»	*Myzine*, *Spinolia*, *Tiphia*	30	dic.	1858
» 26 »	25-32	»	*Tiphia* (cont.), *Meria*	31	dic.	1858
» 27 »	33-39	»	*Scolia* (agg.), *Lisoca* (agg.), *Myzine* . . .	15	ott.	1861
» 28 »	1-8	Fam.	Mutillidea. — Gen. *Myrmosa*, *Rudia* . .	16	dic.	1858
» 29 »	9-16	gen.	*Rudia* (cont.), *Ronisia*, *Mutilla*.	16	dic.	1858
» 30 »	17-24	»	*Mutilla* (cont.)	18	dic.	1858
» 31 »	25-28	»	*Mutilla* (cont.)	18	dic.	1858
» 32 »	29-36	»	*Methoca*, *Mutilla* (agg.)	1°	ago.	1860
» 33 »	1-8	Fam.	Andrenidea. — Gen. *Nomia*	21	mag.	1861
» 34 »	9-16	gen.	*Nomia* (cont.), *Andrena*	4	giu.	1861

Parte III: *Imenotteri trivellanti sessiliventri*. Fogli 25 di testo e 20 tavole; frontespizio datato 1860 (tip. Cons).

foglio n. 1, pp.	1-4		Frontespizio. — Imenotteri trivellanti. Caratteri generali e classificazione		dic.	1860
» 2 »	1-8	Fam.	Cimbicidea. Gen. *Cimbex*, *Abia*, *Amasis* .	10	gen.	1859
» 3 »	1-8	»	Hylotomidea. Gen. *Hylotoma*, *Schizocera*	15	gen.	1859
» 4 »	9-16	gen.	*Schizocera* (cont.), *Hylotoma*	15	gen.	1859
» 5 »	1-8	Fam.	Tenthredinidea. — Caratt. gen. e classific.			
» 6 »	9-16	gen.	*Cladius*, *Craesus*, *Nematus*	1°	ago.	1859
» 7 »	17-24	»	*Nematus* (cont.), *Pontania*	2	ago.	1859
» 8 »	25-32	gen.	*Cryptocampus*, *Pontania* (agg.)	22	ago.	1859

foglio n. 9, pp.		33-40	»	*Dolerus, Emphytus, Fenusa*	22	ago.	1859
»	10 »	41-48	»	*Aphadnurus, Melinia, Athalia, Blennocampa*	1°	set.	1859
»	11 »	49-56	»	*Blennoc.* (cont.), *Monophadnus, Selandria*	1°	set.	1859
»	12 »	57-64	»	*Selandria* (cont.), *Monostegia, Caliroa, Eriocampa, Allantus*	13	set.	1859
»	13 »	65-72	»	*Allantus* (cont.), *Macrophya*	1°	ott.	1859
»	14 »	73-80	»	*Macrophya* (cont.)	10	ott.	1859
»	15 »	81-88	»	*Macroph.* (cont.), *Pachyprotasis, Tenthredo*	1°	dic.	1859
»	16 »	89-96	»	*Tenthredo* (cont.)	3	dic.	1859
»	17 »	97-104	»	*Tenthredo* (cont.), *Tenthredopsis* . . .	10	dic.	1859
»	18 »	105-112	»	*Ebolia, Ermilia, Strongylogaster, Poecilostoma, Taxonus.* — Catalogo de' Tentredinidei	12	dic.	1859
»	19 »	113-116	Catalogo ecc. (cont.). — Gen. *Tenthredo* (agg.)		20	dic.	1859
		1-4	Fam. Lydidea. Gen. *Lyda*				
»	20 »	1-8	»	Cephidea. Gen. *Cephus*		lug.	1860
»	21 »	9-12	gen. *Cerobactrus, Ephippionotus*				
»	22 »	1-6	Fam. Siricidea. Gen. *Sirex*			nov.	1860
		1-2	»	Oryssidea. Gen. *Xiphydria*		dic.	1860
»	23 »	3-6	gen. *Xiphydria* (cont.), *Oryssus*				
»	24 »	1-2	» *Abia* (agg.), *Hylotoma* (agg.), *Tenthredo* (agg.), *Tenthredopsis* (agg.)				
		1-5	Spiegazione delle tavole				
»	25 »	1-5	Indice alfabetico generi e specie				

Coleotteri (di A. Costa)

Volume costituito da complessivi 72 fogli di testo e da 38 tavole, con frontespizio datato 1849-54 (tip. Sautto). È distinto in due parti.

Parte I, risultante da 51 fogli di testo e da 24 tavole.

foglio n. 1, pp.		I-VII	Frontespizio. Prefazione (datata nov. 1854).				
»	2 »	IX-XII	Opere o memorie di autori patrii ecc. . . .			(*senza data*)	
»	3 »	1-8	Coleott. pentameri. Fam. Scarabaeidea. Caratt. gen. (datati agosto 1853). Gen. *Scarabàeus* .		1°	set.	1853
»	4 »	9-16	gen. *Gymnopleurus, Sisyphus, Copris*		2	set.	1853
»	5 »	17-24	» *Copris* (cont.), *Bubas, Onitis*		5	set.	1853
»	6 »	25-32	» *Oniticellus, Onthophagus*		1	set.	1853
»	7 »	33-40	» *Onthophagus* (cont.)		9	set.	1853
»	8 »	41-44	» *Onthophagus* (cont.). Catalogo degli Scarabeidei		10	set.	1853
»	9 »	1-4	Fam. Agestidea. Gen. *Pentodon*		5	nov.	1853
»	10 »	9-12	gen. *Platycerus, Synodendron*		2	ott.	1853
»	11 »	1-8	Fam. Pachypidea. Gen. *Calicnemis, Pachypus.*		14	ott.	1853

foglio n.	12,	pp.	1-8	Fam. Geotrupidea. Gen. *Ceratophyus, Geotrupes*	1° dic.	1853
»	13	»	9-14	gen. *Geotrupes* (cont.)	18 gen.	1854
			1-2	Fam. Trogidea		
»	14	»	3-10	gen. *Trox, Hybosorus, Hybelus* (= *Geobius*)	10 gen.	1854
»	15	»	1-8	Fam. Cetoniidea. Gen. *Cetonia*	1° ott.	1852
»	16	»	9-16	gen. *Cetonia* (cont.)	1° ott.	1852
»	17	»	17-24	» *Cetonia* (cont.), *Aethiessa, Oxythyrea, Tropinota*	2 ott.	1852
»	18	»	25-32	gen. *Tropinota* (cont.)	6 ott.	1852
»	19	»	1-8	Fam. Trichiidea. Gen. *Osmoderma, Valgus, Trichius*	13 dic.	1852
»	20	»	9-16	gen. *Trichius* (cont.), *Gnorimus*	14 dic.	1852
»	21	»	1-8	Fam. Lucanidea. Gen. *Lucanus, Dorcus*	2 ott.	1853
»	22	»	1-8	Coleotteri Eteromeri. Fam. Mordellidea. Gen. *Myodites, Emenadia, Tomoxia*	1° dic.	1853
»	23	»	9-16	gen. *Tomoxia* (cont.), *Mordella, Mordellistena*	3 dic.	1854
»	24	»	17-24	» *Mordellistena* (cont.), *Natirrica, Anaspis*	3 dic.	1854
»	25	»	25-32	» *Anaspis* (cont.), *Plesianaspis*	10 dic.	1853
»	26	»	1-8	Fam. Oedemeridea. Gen. *Sparedrus, Nacerdes.*	5 giu.	1852
»	27	»	9-16	gen. *Nacerdes* (cont.), *Anoncodes, Asclera, Oedemera*	8 giu.	1852
»	28	»	17-24	gen. *Oedemera* (cont.)	11 giu.	1852
»	29	»	25-32	» *Oedemera* (cont.), *Oedemerina*	19 giu.	1852
»	30	»	32-36	» *Stenostoma*	2 giu.	1852
»	31	»	1-8	Fam. Salpingidea. Gen. *Mycterus, Salpingus*	8 lug.	1852
»	32	»	9-12	gen. *Rhinosimus*	1 lug.	1852
»	33	»	1-8	Coleotteri Trimeri. Fam. Coccinellidea. Caratt. gen. e classif.	5 set.	1849
»	34	»	9-16	Classif. (cont.). Gen. *Anisosticta, Adonia*	6 set.	1849
»	35	»	17-24	gen. *Adonia* (cont.), *Coccinella*	6 set.	1849
»	36	»	25-32	» *Coccinella* (cont.)	16 set.	1849
»	37	»	33-40	» *Harmonia, Myrrha, Sospita*	21 set.	1849
»	38	»	41-48	» *Sospita* (cont.), *Calvia, Halyzia, Vibidia*	27 set.	1849
»	39	»	49-56	» *Propylea, Thea, Micraspis*	5 ott.	1849
»	40	»	57-64	» *Micraspis* (cont.), *Chilocorus, Exochomus, Hyperaspis*	22 ott.	1849
»	41	»	65-72	gen. *Hyperaspis* (cont.), *Epilachna*	26 ott.	1849
»	42	»	73-80	» *Epilachna* (cont.), *Cynegetis, Platynaspis.*	6 nov.	1849
»	43	»	81-88	» *Scymnus*	7 nov.	1849
»	44	»	89-96	» *Scymnus* (cont.)	10 nov.	1849
»	45	»	97-104	» *Scymnus* (cont.), *Rhizobius, Coccidula*	20 nov.	1849
»	46	»	105-112	» *Coccidula* (cont.)	29 nov.	1849
»	47	»	1-8	Fam. Endomychidea. Gen. *Endomychus, Mycetina*	10 apr.	1850

foglio n. 48, pp. 9-16 gen. *Mycetina* (cont.), *Lycoperdina*, *Ancylopus* . 10 apr. 1850
» 49 » 1-4 Addizioni e correzioni . . . . . (*senza data*)
» 50 » 1-8 Indice . . . . . (*senza data*)
» 51 » 9-12 Indice . . . . . (*senza data*)

PARTE II, risultante da 21 fogli di testo e da 14 tavole.

foglio n. 1, pp. 1-8 Coleott. pentameri. Fam. Cicindelidea. Gen. *Cicindela* . . . . . 1° mag. 1857
» 2 » 9-12 gen. *Cicindela* (cont.) . . . . . 1° mag. 1857
» 3 » 1-8 Fam. Carabidea. Gen. *Omophron*, *Elaphrus*, *Nothiophilus* . . . . . 1° ago. 1857
» 4 » 9-16 gen. *Nothiophilus* (cont.), *Leistus*, *Nebria* . . 4 ago. 1857
» 5 » 17-24 » *Nebria* (cont.), *Procustes*, *Carabus* . . . 1° set. 1857
» 6 » 25-32 » *Carabus* (cont.) . . . . . 1° dic. 1857
» 7 » 33-40 » *Calosoma*, *Cychrus*, *Carabus* . . . . . 15 dic. 1857
» 8 » 1-8 Fam. Lycidea. Gen. *Lygistopterus*, *Dictyopterus*, *Omalisus* . . . . . 1° ago. 1866
» 9 » 9-12 gen. *Phaeopterus* . . . . . 1° ago. 1866
» 10 » 1-8 Coleott. tetrameri longicorni. Fam. Spondylidea. Gen. *Spondylus*. — Fam. Prionidea . . . . 1° ago. 1854
» 11 » 9-16 gen. *Prionus*, *Ergates*, *Macrotoma*, *Aegosoma*. — Fam. Cerambycidea . . . . . 5 ago. 1854
» 12 » 17-24 gen. *Cerambyx*, *Purpuricemus*, *Rosalia*, *Aromia* 10 ago. 1854
» 13 » 25-32 » *Aromia* (cont.), *Saphanus*, *Ropalopus*, *Callidium* . . . . . 1° mar. 1855
» 14 » 33-40 gen. *Phymatodes*, *Hylotrupes*, *Oxypleurus*, *Criocephalus* . . . . . 12 mar. 1855
» 15 » 41-48 gen. *Stromatium*, *Hesperophanes*, *Plagionotus*, *Clytus* . . . . . 16 mar. 1855
» 16 » 49-56 gen. *Clytus* (cont.), *Anaglyptus*. . . . . 2 apr. 1856
» 17 » 57-64 » *Anaglyptus* (cont.), *Liagrica*, *Gracilia*, *Deilus*, *Stenopterus* . . . . . 8 nov. 1855
» 18 » 65-68 gen. *Stenopterus* (cont.), *Necydalis* . . . . 18 dic. 1855
» 19 » 1-8 Suppl. alle fam. di Coleott.: gen. *Anoncodes*, *Oedemera*, *Chrysanthia*, *Scymnus*, *Mordellistena* } 2 ott. 1858
» 20 » 9-16 gen. *Mycterus*, *Oedemera*, *Coccinella*, *Rhipiphorus* 28 set. 1859
» 21 » 17-24 » *Rhipiphorus* (cont.), *Mordella*, *Stenalia*, *Silaria*, *Plesianaspis*, *Myodites*, *Emenadia*, *Mordella*, *Anaspis* . . . . . } 1° ott. 1859

Emitteri (di O. G. Costa e di A. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 7 fogli di testo e da 6 tavole Spetta ad Achille Costa l'ultimo foglio, che tratta della fam. Caliscelidea.

foglio n. 1,	pp.	1-4	Gen. *Fulgora*, *Cixius*	2 gen.	1840
» 2	»	1-4	» *Issus*	4 gen.	1840
» 3	»	1-4	» *Cercopis*	1° dic.	1840
	»	1-2	» *Centrotus*		
	»	1-2	» *Ledra*		
» 4	»	1-8	Fam. de' Coccinigliferi [1]). Gen. *Calypticus* .	(*senza data*)	
» 5	»	9-16	gen. *Calypticus* (cont.), *Dactylopius*. . . .	(*senza data*)	
» 6	»	17-23	» *Dactylopius* (cont.), *Diaspis*	(*senza data*)	
» 7	»	1-8	Fam. Caliscelidea. Gen. *Caliscelis*, *Homocnemia*	20 dic.	1861

Gasteropodi (di O. G. Costa)

Volume, privo di frontespizio, costituito da 26 fogli di testo e da 19 tavole.

foglio n. 1, pp.	1-8	Caratt. gen. e classif. — Gasteropodi polmonati. Gen. *Limax*, *Helix*	(*senza data*)		
» 2	»	9-16	gen. *Helix* (cont.)	(*senza data*)	
» 3	»	17-24	» *Helix* (cont.)	(*senza data*)	
» 4	»	25-32	» *Helix* (cont.)	6 mag.	1839
» 5	»	1-8	» *Vitrina*	18 mar.	1848
» 6	»	9-12	» *Vitrina* (cont.)	10 mar.	1848
» 7	»	1-8	Gaster. pettinibranchi. Gen. *Solarium*, *Trochus*	12 mag.	1841
» 8	»	1-4	gen. *Janthina*	13 mag.	1841
» 9	»	1-8	» *Pileopsis*, *Crepidula*	15 apr.	1841
» 10	»	9-16	» *Calyptraea*, *Sigaretus*.	15 mag.	1841
» 11	»	17-20	» *Sigaretus* (cont.)	20 apr.	1844
» 12	»	1-8	» *Tritonium*	1° mar.	1859
» 13	»	1-8	Gasteropodi eteropodi. Gen. *Atlanta*	1° dic.	1852
» 14	»	1-8	Gasteropodi tubibranchi. Gen. *Dentalium* . .	1° lug.	1851
» 15	»	9-16	gen. *Dentalium* (cont.)	3 lug.	1851
» 16	»	17-24	» *Dentalium* (cont.)	7 lug.	1851
» 17	»	25-32	» *Dentalium* (cont.), [e *Ditrupa*]	25 lug.	1851
» 18	»	33-40	» *Dentalium* (cont.)	27 lug.	1851

[1]) Nella Prefazione alla parte III dei *Pesci* è detto (pag. 5) che la famiglia dei Coccinigliferi fu pubblicata nel novembre 1829.

foglio n. 19, pp.	41-48	gen. *Dentalium* (cont.)	13	set.	1851
» 20 »	49-56	» *Dentalium* (cont.)	13	set.	1851
» 21 »	1-3	» *Odontina*	30	gen.	1852
» 22 »	1-8	Gaster. scudibranchi. Gen. *Halyotis*, *Padollus*	9	ott.	1838
» 23 »	9-16	gen. *Stomatia*, *Stomatella*, *Fissurella*	15	ott.	1838
» 24 »	17-24	» *Fissurella* (cont.), *Emarginula*	17	ott.	1838
» 25 »	25-32	» *Emarginula* (cont.). Gaster. ciclobranchi.	27	ott.	1838
» 26 »	1-8	» *Chiton*	4	mag.	1841

Pteropodi (di O. G. Costa e di A. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 28 pagine di testo e da 5 tavole: di esse le pp. 1 a 10 e le tav. I e II sono dovute a O. G. Costa, mentre le pagine 11 a 28 e le tav. III, IV e V spettano al figlio Achille (vedi nota a pag. 10 a firma A. C.).

foglio n. 1, pp.	1-8	Pteropodi. Gen. *Cymbulia*, *Hyalea*	3	apr.	1840
» 2 »	9-16	gen. *Hyalea* (cont.), *Cleodora*	10	dic.	1873
» 3 »	17-24	» *Cleodora* (cont.), *Spirialis*, *Tiedemannia*, *Pneumodermon*, *Trichocyclus*.	27	dic.	1873
» 4 »	25-28	gen. *Clionopsis*. — Catal. sistematico. — Spiegazione delle Tavole	16	dic.	1873

Echinodermi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 5 fogli di testo e da 5 tavole.

foglio n. 1, pp.	1-2	Echinodermi Apodi. Caratteri generali . .	2	ott.	1839
	3-8	Gen. *Siphonculus* e subgen. *Phascholosoma* .			
» 2 »	9-16	» *Phascholosoma* (cont.).	4	ott.	1839
» 3 »	17-20	» *Syphunculus*	19	gen.	1853
» 4 »	1-8	Fam. Pennatolarie. Gen. *Pennatula*. . . .	2	set.	1854
» 5 »	9-16	gen. *Pennatula* (cont.)	4	set.	1854

Brachiopodi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 8 fogli di testo e da 10 tavole.

foglio n. 1, pp.	1-8	Brachiopodi: Caratt. gen. — Gen. *Terebratula*	1°	ott.	1851
» 2 »	9-16	gen. *Terebratula* (cont.)	8	ott.	1851
» 3 »	17-24	» *Terebratula* (cont.)	15	nov.	1851
» 4 »	25-32	» *Terebratula* (cont.)	17	nov.	1851
» 5 »	33-40	» *Terebratula* (cont.), *Orthis*	24	nov.	1851

foglio n. 6, pp. 41-48 gen. *Orthis* (cont.), *Platydia* . . . . . 5 gen. 1852
» 7 » 49-56 » *Thecidea*, *Crania*. — Osservaz. — Indice alfabetico delle specie . . . . . 26 gen. 1852
» 8 » 57-60 Spiegazione delle Tavole . . . . . 27 gen. 1852

Anellidi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 2 fogli di testo e da 12 tavole.

foglio n. 1, pp. 1-8 Gen. *Aphrodita* . . . . . dic. 1857
» 2 » 9-12 » *Aphrodita* (cont.) . . . . . .

Zoofiti (di O. G. Costa)

Volume costituito da 26 fogli di testo e da 19 tavole, con frontespizio datato 1838 (tip. Azzolino).

foglio n. 1, pp. I-VII Prefazione (datata 1° dic. 1838) . . . . . .
» 2 » IX-XII Prosp. di una necessaria separ. de' Polipi ecc. (*senza data*)
» 3 » 1-8 Ord. Cellariee. Gen. *Ferusa*, *Electra*, *Elzerina*, *Cellaria* . . . . . 15 nov. 1842
» 4 » 9-16 gen. *Cellaria* (cont.), *Cabereu*, *Acamarchis* . 29 dic. 1842
» 5 » 17-24 » *Acamarchis* (cont.) . . . . . 20 gen. 1843
» 6 » 25-32 » *Acamarchis* (cont.) . . . . . 8 apr. 1843
» 7 » 1-8 Ordine Sertulariee. Gen. *Sertularia*, *Amathia* 24 feb. 1843
» 8 » 1-8 gen. *Sertularia* . . . . . 1° ott. 1842
» 9 » 9-16 » *Sertularia* (cont.), *Laomedea* . . . . 6 mar. 1843
» 10 » 1-4 » *Cymodocea* . . . . . 8 apr. 1843
» 11 » 1-8 » *Anisocalyx* . . . . . 1° set. 1842
» 12 » 9-16 » *Anisocalyx* (cont.) . . . . . 9 set. 1842
» 13 » 17-24 » *Anisocalyx* (cont.), *Dynamena* . . . . 29 dic. 1842
» 14 » 1-4 » *Nemertesia* . . . . . 20 mar. 1843
» 15 » 1-3 Ordine Coralline. Caratteri generali . . . 4 nov. 1843
» 16 » 1-8 gen. *Acetabulum* . . . . . 7 mar. 1843
» 17 » 9-12 » *Acetabulum* (cont.) . . . . . 7 mar. 1843
» 18 » 9-12 » *Acetabulum* (cont.), *Polyphysa*, *Nesca*, *Galaxaura* . . . . . 4 nov. 1843
» 19 » 13-20 gen. *Galaxaura* (cont.), *Janiu* . . . . . 4 gen. 1844
» 20 » 1-4 » *Anadiomena* . . . . . 15 mag. 1851
» 21 » 1-8 » *Coralium* . . . . . 3 dic. 1838
» 22 » 1-8 » *Tubularia* . . . . . 28 ago. 1843
» 23 » 1-8 Sviluppo delle Tavole de' polipi a polipario 18 apr. 1843
» 24 » 1-8 gen. *Tethya* . . . . . 18 nov. 1843
» 25 » 9-16 » *Tethya* (cont.) . . . . . 3 gen. 1844
» 26 » 17-24 » *Tethya* (cont.) . . . . . 14 mag. 1844

Medusari (di O. G. Costa)

Fascicolo costituito da 10 fogli di testo e da 8 tavole, con frontespizio datato 1836 (tip. della Minerva).

foglio n. 1,	pp.	1-8	Frontesp. (datato 1836). Caratt. gen. e classif.		1836
» 2	»	9-16	gen. *Velella*		(*senza data*)
» 3	»	17-20	» *Velella* (cont.)		(*senza data*)
» 4	»	1-8	Ordine II. Medusari otricellati. Caratt. gen. — Gen. *Physsophora*	[1])	dic. 1835
» 5	»	9-16	gen. *Physsophora* (cont.)	[1])	dic. 1835
» 6	»	17-18 / 1-6	» *Physsophora, Charybdea*	[1])	dic. 1835
» 7	»	7-14	» *Charybdea* (cont.), *Eudorea*	[1])	mag. 1836
» 8	»	1-10	» *Ippopodius*		(*senza data*)
» 9	»	1-8	» *Diphya*	1°	giu. 1840
» 10	»	9-12	» *Diphya* (cont.). Supplemento. . . .		(*senza data*)

Foraminiferi (di O. G. Costa)

Fascicolo, privo di frontespizio, costituito da 3 fogli di testo e da 4 tavole.

foglio n. 1,	pp.	1-8	Ordine I: Monostegi. Gen. *Gromia, Orbulina, Amygdalina*	1°	feb. 1853
» 2	»	9-16	gen. *Amphorina, Phialina.* — Ordine II: Stigostegi. Gen. *Glandulina, Nodosaria* . . .	1°	ago. 1853
» 3	»	17-24	gen. *Nodosaria* (cont.)	17	ago. 1853

Infusori (di O. G. Costa)

Fascicolo costituito da 5 fogli di testo e da 5 tavole, con frontespizio datato 1838 (tip. Azzolino).

foglio n. 1,	pp.	I-VIII	Frontespizio (datato 1838). Prefazione (datata 27 dic. 1838)	27	dic. 1838
» 2	»	1-8	Infusori. Caratteri gen. — Ordine I: Infusori Rotiferi. Gen. *Furcularia*	29	dic. 1838
» 3	»	9-16	gen. *Furcularia* (cont.), *Brachionus* . . .	30	gen. 1839
» 4	»	17-24	» *Brach.* (cont.), *Tubicularia, Flosculariа*	5	mar. 1839
» 5	»	1-4	Ordine II: Infusori omogenei. Gen. *Urceolaria*	15	giu. 1840
	»	1-4	gen. *Cercaria, Vibrio*		

[1]) Non è indicato il giorno.

Un caso di duplicazione in *Syllis gracilis* Grube

Nota del prof. **Marcello La Greca**, *presentata dal socio corr.* **M. Salfi**

(Adunanza del dì 2 aprile 1949)

Sunto. — L'Autore descrive un caso di duplicazione, senza biforcazione, dei somiti della metà posteriore del corpo in *Syllis gracilis* Grube. In questa regione esistono 4 parapodi per segmento, due superfici ventrali con due catene nervose, mentre le superfici dorsali sono parzialmente fuse. La malformazione è attribuita a iperrigenerazione.

In una raccolta di Policheti del Bosforo, inviatami per lo studio dal prof. C. Kosswig dell'Università d'Istanbul, ho rinvenuto un mostro doppio di *Syllis gracilis* senza biforcazione anteriore o posteriore; il rinvenimento è quindi di notevole interesse, poichè in letteratura si hanno scarsissime notizie su malformazioni di questa sorta nei Policheti.

I casi di duplicazione negli Oligocheti non sono rari in natura ed essi possono trarre origine sia da una rigenerazione anomala, sia da fenomeni che hanno luogo nel corso dello sviluppo embrionale e larvale. Nei Policheti, viceversa, i mostri doppi sono infrequenti e quelli finora descritti sono attribuiti a iperrigenerazione; essi possono esere ripartiti in tre categorie:

— Duplicazioni che si manifestano con biforcazione della parte posteriore del corpo; sono i più comuni e sono stati descritti in un esemplare di *Salmacina incrustans* da Claparède, in *Branchiomma* sp. da Brunette, da Andrews in due individui di *Procaerea tardigrada* e in otto di *Podarke obscura*, da Boll in una *Nereis pelagica*, da Delphy in un *Cirratulus cirratus*, da Wilson in una *Eulalia* sp. Nei casi qui ricordati si trattava di solito di una biforcazione laterale, più di rado di una biforcazione dorso-ventrale.

— Duplicazioni che si manifestano con biforcazione della parte anteriore del corpo o con semplice dicefalia; sono molto più rari: un individuo di *Typhlosyllis variegatus* con biforcazione anteriore è stato descritto da Langerhans e un mostro dicefalo di stolone del tipo *Chaetosyllis* da Gravier e Dantan; in *Syllis amica*, Michel ha riscontrato casi di cefalizzazione multipla anormale.

— Duplicazione di un certo numero di somiti del corpo, senza alcuna biforcazione: è questo il caso più raro, poichè di esso si ha finora un solo esempio in bibliografia, riscontrato da Prentiss (1901) su un individuo di *Nereis virens*.

Aspetto esterno. — Il mostro doppio di *Syllis gracilis* da me rinvenuto rientra in quest'ultima categoria. L'individuo era lungo circa mm. 17 e costituito da 112 setigeri: la porzione anteriore del corpo si presentava affatto normale, mentre la *duplicitas* interessava tutti gli ultimi 50 segmenti. I segmenti dal 62° in poi, fino all'estremità posteriore del corpo, appaiono raddoppiati per la formazione su di essi di una nuova serie di segmenti tutti coalescenti a quelli della serie primitiva; naturalmente i somiti di una serie e dell'altra sono incompleti nella regione lungo la quale si saldano. Per semplicità di esposizione indicherò con *A* i segmenti della serie primitiva e con *B* quelli della serie neoformata (fig. 1).

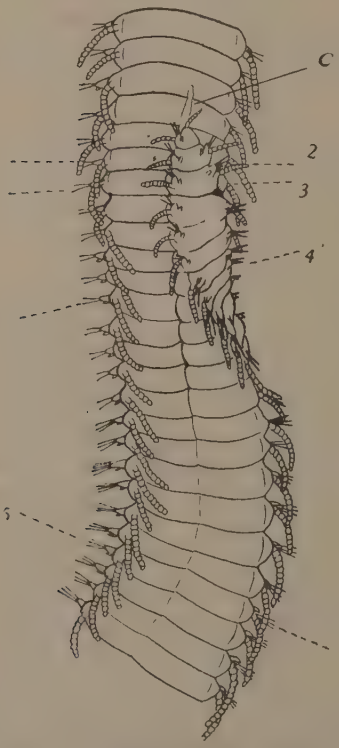


Fig. 1. — Metà anteriore della regione duplicata vista dorsalmente. *c*, cicatrice posta anteriormente ai segmenti B; *2*, *3*, *4*, *5*, livello delle sezioni di cui alle figg. 2, 3, 4, 5.

Tutti i segmenti posti anteriormente alla regione duplicata, conservano il loro aspetto normale senza subire alcuna riduzione di sviluppo e presentano tutti i parapodi con relative setole e cirri dorsali e ventrali. Però, sul dorso dei due segmenti precedenti immediatamente quelli raddoppiati, compare, a destra della linea mediana, uno stretto e lieve rilievo longitudinale del tegumento; a questo rilievo fa seguito il primo segmento della serie *B*, (coalescente dorso a dorso col corrispondente segmento *A*), piccolo, di forma triangolare e non più largo dei 2/5 della metà destra dorsale del segmento *A* su cui è impiantato: esso presenta il parapodio di destra (che è rivolto però a sinistra dato che il segmento è poggiato sul dorso) regolarmente conformato, con cirri e setole; il parapodio di sinistra viceversa manca e di esso non esiste che il cirro dorsale posto all'estremità anteriore del segmento e diretto in avanti. I due segmenti *B* successivi vanno a mano a mano crescendo di dimensioni, fino ad occupare più della metà del lato dorsale destro dei segmenti sui quali si formano, coalescendo con questi per tutta la loro superficie dorsale: che i segmenti siano uniti dorso a dorso è facile rilevarlo dalla posizione dei cirri ventrali e dorsali che sono diversamente conformati. Tutti i segmenti della serie *B*, dal secondo in poi, appaiono regolarmente costi-

tuiti con parapodi, cirri e setole sviluppati proporzionalmente alle dimensioni del segmento al quale appartengono. Il quarto e quinto segmento *B* sono di dimensioni ancora maggiori dei precedenti, eguagliando in larghezza la metà destra del lato dorsale dei segmenti *A*, con i quali sono concresciuti dorso a dorso; il quinto somite è fuso per il lato sinistro con il quarto ed è sprovvisto, da questo lato, di parapodio, cirri e setole. Con le sempre crescenti dimensioni dei successivi segmenti *B*, tutta la metà destra dorsale dei segmenti *A* è da essi occupata e pertanto i parapodi di sinistra di *B* vengono a trovarsi strettamente ravvicinati ai parapodi di destra dei segmenti principali.

Il lato destro della superficie dorsale della serie *B*, che è rivolto verso l'asse mediano del corpo dell'animale, dal sesto segmento in poi, per la crescente larghezza dei somiti, incomincia viceversa a distaccarsi gradatamente dal dorso della serie principale e a svilupparsi liberamente, finchè verso l'11° segmento e tutti i successivi, la situazione è la seguente: ad ogni segmento *A* corrisponde un segmento *B* di eguali dimensioni e sviluppo; la metà destra del dorso di ogni somite *A* è saldata con la metà sinistra dorsale del corrispondente somite *B*; le due metà dorsali libere, rispettivamente la metà sinistra di *A* e la metà destra di *B*, si trovano su uno stesso piano separate soltanto da un solco: in tal modo, un segmento doppio di questa regione, visto dorsalmente appare come un segmento semplice normale con un parapodio a destra e uno a sinistra: questo è il parapodio di sinistra di *A* e il primo il parapodio di destra di *B*; esistono due lati ventrali indipendenti e normali, disposti lateralmente secondo due piani convergenti in basso: la linea di convergenza è costituita dai parapodi di destra dei segmenti *A* e da quelli di sinistra di *B*; questi parapodi sono strettamente ravvicinati e fra di essi resta un breve tratto della parete del corpo, formata dal residuo libero della porzione dorso-laterale destra di *A* e dorso-laterale sinistra di *B*. Il corpo dell'animale, in questa regione, visto in sezione trasversale appare quindi a forma di triangolo col vertice rivolto verso il basso: la base è costituita dalle due metà dorsali libere, i due lati dalle due superfici ventrali, il vertice dai parapodi di destra dei segmenti *A* e da quelli di sinistra dei segmenti *B*.

Tale situazione permane invariata fino all'estremità posteriore del corpo; inoltre ad un certo momento scompare ogni traccia del sottile solco che separa nei segmenti anteriori le due metà dorsali dei somiti duplicati: ciò aumenta l'illusione che l'intera superficie dorsale di questa regione sia il dorso di segmenti normali non duplicati. All'estremità posteriore del corpo vi sono tre uriti, due appartenenti alla serie primitiva di segmenti ed uno alla serie *B*.

Come noto, in *Syllis gracilis* i parapodi anteriori sono provvisti dapprima di setole composte e successivamente di setole composte e setole semplici furciformi; nei parapodi della regione intermedia si trovano soltanto

2-3 setole furciformi e nella regione posteriore del corpo si trovano setole composte e setole furciformi. Nell'esemplare da me studiato, i primi segmenti della regione duplicata sono provvisti di due setole furciformi per parapodio, sia nei segmenti *A* che in quelli *B*; successivamente le setole furciformi divengono tre e all'estremità posteriore del corpo si hanno setole furciformi e setole composte.

Struttura interna. — Benchè l'esemplare, facendo parte di una raccolta fatta a scopo faunistico, fosse stato ucciso e conservato per molti mesi in alcool a 70° e non si prestasse quindi per un accurato esame istologico, ho voluto nondimeno effettuare dei tagli trasversali colorandoli con ematossilina Carazzi ed eosina.

Il tubo digerente è unico e non presenta nulla di notevole nel suo decorso, fuorchè nella zona iniziale della *duplicitas* (fig. 2), ove presenta per un breve tratto una invaginazione dorsale in corrispondenza della linea mediana dorsale di contatto dei segmenti della serie *A* con quelli della serie *B*.

Esistono due catene nervose ventrali egualmente sviluppate e ciascuna occupante il lato ventrale di ognuna delle due serie di segmenti: quella della serie *B*, nella regione anteriore della duplicazione, è più sottile ed appiattita fino al punto di non essere più rilevabile nei primissimi segmenti, dove sussiste solo la catena nervosa di *A* che è il proseguimento della catena nervosa della parte anteriore non duplicata dell'animale. La catena nervosa *B* compare quindi dapprima indistintamente e non fin dall'inizio della duplicazione; essa sembra essere completamente indipendente dalla catena nervosa *A* (fig. 2-5).

I muscoli longitudinali dorsali costituiscono un unico strato comune ai segmenti della serie *A* e *B*; quelli longitudinali ventrali sono sviluppati normalmente e indipendentemente in ciascuna delle due serie di segmenti.

Data la cattiva fissazione non mi è stato possibile studiare esaurientemente il comportamento del peritoneo sopratutto al limite fra i segmenti semplici e quelli duplicati. È però possibile rilevare con sicurezza l'esistenza di due mesenteri collegati rispettivamente alla linea mediana dorsale e a quella ventrale del tubo digerente, i quali mantengono separate e distinte le cavità celomatiche dei segmenti *A* da quelle dei segmenti *B*. Infatti i due mesenteri non corrispondono ai mesenteri dorsali e ventrali di un normale segmento, ma sono entrambi costituiti dai foglietti celotelici dei mesenteri dorsali di un segmento *A* e di quello *B* corrispondente: il mesentere diretto dorsalmente va dal tubo digerente alla linea di confluenza delle due metà dorsali libere dei segmenti *A* e *B*, ed il suo foglietto di sinistra è il foglietto di sinistra del mesentere dorsale di *A*, mentre il foglietto di destra è quello di destra del mesentere dorsale di *B*; il secondo mesentere, dal lato ventrale del tubo digerente si dirige ventralmente, non verso le catene nervose ventrali, ma verso quella breve porzione dorso-laterale dei segmenti che, posta

fra i parapodi di destra di *A* e quelli di sinistra di *B* fortemente ravvicinati, forma il vertice del triangolo che risulta da una sezione trasversale dei segmenti duplicati: il foglietto di sinistra di questo mesentere è dato dal

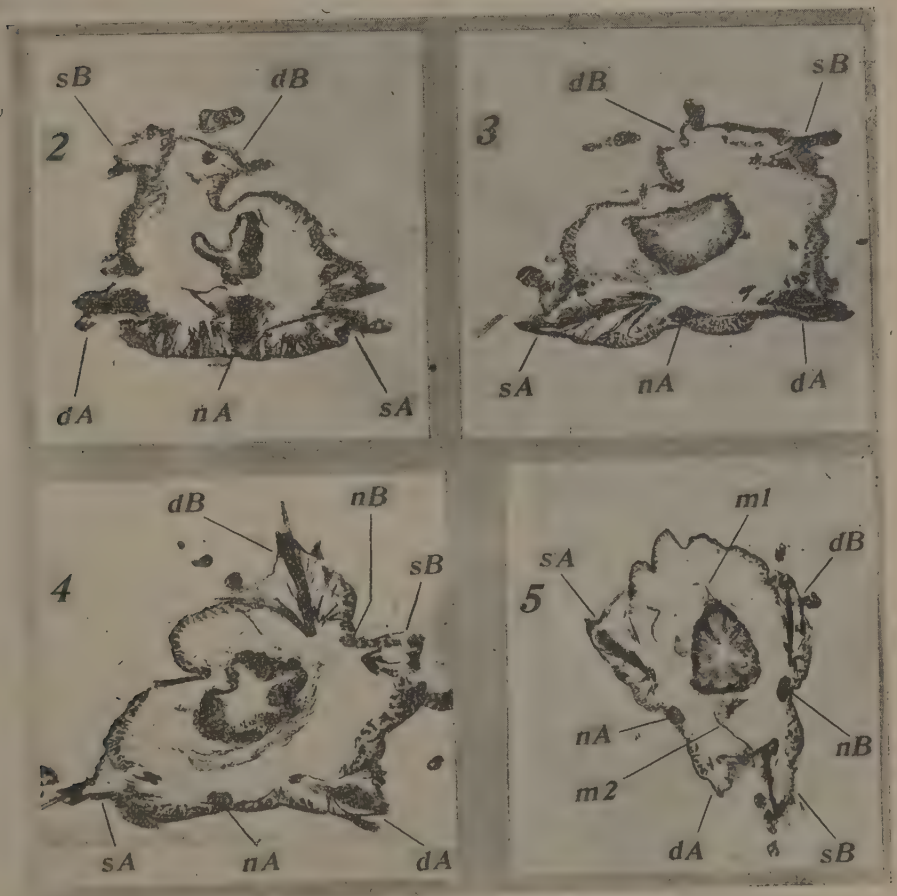


Fig. 2. — Sezione trasversale al livello del secondo segmento B. — Fig. 3. Sezione trasversale al livello del terzo segmento B. — Fig. 4. Sezione trasversale al livello dell'ottavo segmento B. — Fig. 5. Sezione trasversale al livello del 19° segmento B. — *dA*, *dB*, parapodi di destra dei segmenti della serie A o B; *m1*, *m2*, mesenteri connessi rispettivamente con la porzione dorsale e quella ventrale del tubo digerente; *nA*, *nB*, catena nervosa ventrale dei segmenti A e B; *sA*, *sB*, parapodi di sinistra dei segmenti della serie A o B. La porzione di tegumento compresa fra *sA* e *dB* è costituita dalla metà dorsale sinistra di A e dalla metà dorsale destra di B; il tratto compreso fra *dA* e *sB* è costituito dalla porzione dorsale destra di A e da quella dorsale sinistra di B: tale tratto va gradatamente riducendosi, fino a divenire brevissimo, verso il 19° o 20° [illegible] allestimento del preparato).

foglietto di destra del mesentere dorsale di *A* (che non può collabire col suo corrispondente di sinistra del somite *B*) e quello di sinistra è il foglietto di destra del mesentere dorsale di *B*. In tal modo la cavità celomatica di sinistra è di pertinenza del segmento *A* e quella di destra del segmento *B*. In alcune sezioni compare pure traccia dei veri mesenteri ventrali che sono indipendenti per ogni segmento *A* e *B*, e dai due lati del tubo digerente si dirigono rispettivamente a destra e sinistra verso le due catene nervose ventrali.

Non è possibile stabilire nulla di concreto circa il comportamento dei vasi sanguigni.

Come ho già accennato all' inizio della presente nota, soltanto uno, fra i vari casi di *duplicitas* finora noti nei Policheti, ha un andamento analogo a quello da me rinvenuto in *Syllis gracilis*: si tratta di un esemplare di *Nereis virens* (descritto da Prentiss, 1901), presentante verso il centro del corpo una duplicazione interessante 24 somiti e senza alcuna biforcazione: una sezione trasversale di questa regione ha la forma di triangolo capovolto. il cui apice diretto ventralmente è formato dal parapodio di sinistra di un segmento della serie principale e da quello di destra di un segmento della serie anormale strettamente contigui; i suoi lati sono formati dal lato ventrale di un segmento normale e dal lato ventrale del segmento anormale corrispondente; la base situata dorsalmente è formata dalla metà destra del dorso di un segmento normale coalescente con la metà sinistra dorsale di un segmento anormale. Esistono due catene nervose, una per ogni lato ventrale, e la catena supplementare compare soltanto dal secondo segmento duplicato e non ha alcuna connessione con quella principale. Il tubo digerente è normale. Come si può rilevare, la duplicazione descritta dal Prentiss è identica a quella da me riscontrata in *Syllis gracilis,* con la differenza che in questa specie interessa il lato destro dell' animale mentre in *N. virens* il lato sinistro e non arriva fino all' estremità posteriore del corpo.

Secondo il Prentiss, la malformazione da lui descritta sarebbe imputabile ad una rigenerazione avvenuta in seguito ad un trauma, con formazione di due regioni rigenerative non indipendenti che avrebbero dato origine alla duplicazione incompleta dei segmenti: un fenomeno di regolazione, reso possibile dalla non completa indipendenza delle aree rigenerative, avrebbe ricondotto alla normalità i segmenti rigeneratisi posteriormente alla regione duplicata.

Gli Autori che hanno studiato nei Policheti duplicazioni con biforcazione della parte posteriore del corpo (Andrews, Wilson), attribuiscono tale malformazione ad una rigenerazione regolata dalla sezione della catena nervosa nella[illegible]za conseguente distacco di due parti: nel mostro do[illegible]steriore la cui catena nervosa è in continuità c[illegible]estremità anteriore unica, è la porzione

rigenerata; l'estremità posteriore la cui catena nervosa è indipendente, rappresenterebbe il tratto posteriore dell'animale, non distaccatosi completamente in seguito al trauma.

È evidente che una tale supposizione non può spiegare la malformazione da me descritta, poichè è chiaro che in questo caso la catena nervosa ventrale della serie dei segmenti *B* non è la porzione posteriore della catena nervosa dei segmenti anteriori non duplicati, trovandosi in posizione opposta a questa, e dato che i segmenti *B* presentano la loro parte dorsale rivolta verso la parte dorsale degli stessi segmenti anteriori.

Molto probabilmente la malformazione da me descritta è dovuta ad una rigenerazione posteriore in conseguenza ad un trauma che ha diviso completamente in due il corpo dell'animale quando questo era costituito da non meno di 62-63 setigeri.

Il trauma probabilmente ha provocato anche l'asportazione della regione superficiale dorsale destra dei setigeri 60° a 62° (o 63°) come rivelato dallo stretto rilievo longitudinale dorsale destro del tegumento dei setigeri 60° e 61°, che si può considerare come dovuto ad una cicatrizzazione in quella regione. Una ferita avente una superficie così estesa e irregolare può aver dato origine, secondo l'idea già espressa da Prentiss, a due blastemi rigenerativi non completamente indipendenti: uno all'estremità posteriore troncata che ha dato origine ai segmenti della serie *A*, e l'altro nella regione dorso-laterale destra che ha dato origine ai segmenti della serie *B*. Resta sempre poco chiara la causa per cui quest'ultimo blastema ha dato origine a una serie di segmenti orientati rispetto al corpo dell'animale nella maniera sopra descritta. Le minori dimensioni dei primi somiti *B*, rispetto ai successivi, possono essere un indice della minor estensione del blastema rigenerativo dorso-laterale, rispetto a quello apicale.

È inoltre interessante ricordare come sono stati più volte rinvenuti frammenti della regione intermedia del corpo di *Syllis gracilis* (con 2-3 setole furciforme per parapodio), costituite da pochi segmenti e in via di rigenerazione anteriore e posteriore; i rinvenimenti sono stati talvolta così numerosi (Caullery e Mesnil) da indurre a pensare che possa trattarsi di un caso di moltiplicazione asessuale. Poichè ho constatato che il fenomeno ha luogo pure fra gl'individui del Bosforo, non è improbabile che l'esemplare di cui alla presente nota, che ha subito il trauma proprio nella stessa regione intermedia, rappresenti la porzione anteriore di un individuo che si sia frammentato nella maniera suddetta.

Da questi due casi di duplicità parziale del corpo finora descritti nei Policheti *(N. virens* e *S. gracilis)* e così simili per il loro comportamento, si possono trarre alcune conclusioni che, pur non potendo avere valore di leggi generali per ovvie ragioni, rappr[illegible]uello che per ora appare essere il normale andamento [illegible] di questo tipo, in questa classe di Anellidi.

1) Nel corso della rigenerazione, i segmenti si formano contemporaneamente in ognuna delle due parti della duplicazione, in modo che in esse i segmenti si corrispondano esattamente.

2) Segmenti corrispondenti nelle due parti della duplicazione, si sviluppano in maniera enantiomorfica.

3) Qualora, per la posizione dei due blastemi, l'enantiomorfismo non possa essere mantenuto all'inizio della rigenerazione, un processo di regolazione lo realizza dopo pochi segmenti.

4) Esiste quindi una interazione, nel corso della rigenerazione, fra le due parti della duplicazione.

Istituto di Zoologia dell' Università di Napoli, marzo 1949.

BIBLIOGRAFIA [1])

ANDREWS E. A., *Bifurcated Annelids.* Amer. Nat., XXVI, pag. 725-733, 1892.

Id., *Some abnormal Annelids.* Quart. J. Micr. Sc., XXXVI, pag. 435-460, 1894.

DELPHY J., *Sur un Cirratulien tératologique.* Bull. Soc. Zool. France, 61, pag. 453-457, 1936.

GRAVIER C. et DANTAN J. L., *Sur un monstre dicéphale de bourgeon sexué du type* Chaetosyllis. Bull. Mus. Hist. Nat. Paris, pag. 87, 1928.

MICHEL A., *Sur des cas de céphalisation anormalement multiple chez des Syllidiens en stolonisation.* C. R. Ac. Sc. Paris, 148, pag. 438-439, 1909.

PRENTISS C. W., *A case of incomplete duplication of parts and apparent regulation in* Nereis virens Sars. Amer. Nat., XXXV, pag. 563-574, 1901.

WILSON D. P., *A double tailed* Eulalia. J. Mar. Biol. Ass., XXXI (n. s.), pag. 663-676, 1937.

[1]) La bibli[illegible] apparsi anteriormente al 1894 è riportata da ANDREWS

Su una « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo considerato come « unità demogenetica »

Nota del prof. **Alfredo Sacchetti** *presentata dal socio* **U. Pierantoni**

(Adunanza del dì 2 aprile 1949)

Sunto. — Si dimostra che, in Sistematica biologica, lo studio dei gruppi naturali deve consistere, innanzitutto, nel rilievo delle *leggi* di rapporto fra i più diversi caratteri. Si può così prevedere la *funzione* di dipendenza delle variazioni individuali dei caratteri, misurabili linearmente, dalla loro grandezza media. Questa funzione è stata sperimentalmente provata su materiale umano e sembra che si possa estendere anche all'accrescimento individuale e ad altre specie: ha pertanto il significato di una *soglia* di equilibrio instabile dell'individuo. Gli esempi pratici offrono anche una possibilità di giudizio sulla variabilità di singoli caratteri, fondamentale per la ricerca delle *invarianti* biologiche che sono alla base di ogni legge naturale di « polarità demogenetica ».

SOMMARIO

I. La concezione teorica.
Premessa: la conquista dei « fatti » nella Sistematica biologica.
Individuo ed individualità in un equilibrio instabile.
II. Il contributo sperimentale.
Le variazioni dei caratteri che sembrano tendere ad una « invariante » nel loro reciproco comportamento.
Le difficoltà e le interpretazioni.
I riferimenti all'entità demogenetica del gruppo: sui limiti di frattura della « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo.
Una conferma in coleotterologia.
III. Esempi di pratica applicazione.
Su alcune misure encefaliche nell'uomo.
Su alcuni segmenti corporei nelle acciughe (*Engraulis encrasicholus*) del golfo di Catania.
Sul giudizio relativo di variabilità nelle varie fasi dell'accrescimento.
IV. Conclusioni.

I.

LA CONCEZIONE TEORICA

Premessa: La conquista dei « fatti » nella sistematica biologica.

Un « fatto » è sempre — per un qualsiasi osservatore — un qualcosa di reale, un qualcosa che si distingue perciò nettamente dalle illusioni e dai sogni. La sua definizione, nel senso del nostro riconoscimento della realtà, ha quindi un significato *positivo* e non *trascendente* con il relativo pericolo

di uno slittamento sulle posizioni, forse vuote di senso, dell'idealismo scettico. Per quest'ultimo il reale trascende il fenomenismo e le nostre stesse sensazioni, che lo percepiscono volontariamente, per assumere un significato *di per sè*, come un *assoluto*; ma nelle nostre scienze — se così fosse — noi introdurremmo di continuo non fatti reali bensì i fantasmi dell'inconoscibile. È argomento questo in cui, come è noto, si dibatte da tempo la filosofia moderna. Al di fuori di esso il reale non può essere una illusione dei sensi, se a questi, come bene ebbe a chiarire Federico Enriques [1]), si chiede una *permanente* e *cosciente* conferma, ma a volte in una catena di rapporti associativi, per cui si può avere progressivamente una complessità pratica di condizioni che supera anche le sensazioni verificabili direttamente.

Quando Dante, da poco aveva lasciato Catone per avviarsi al monte dove lo spirito umano si purga, fermò un momento lo sguardo sull'ombra prodotta dai raggi del sole incontrando il suo corpo ne fu immediatamente spaventato, perchè affianco alla sua non v'era l'ombra di Virgilio, e dice:

> I' mi volsi dallato, con paura
> d'essere abbandonato, quand' i' vidi
> solo dinnanzi a me la terra oscura.

Il timore profondo del Poeta era di essere abbandonato; una sensazione, quella della mancata ombra di Virgilio, sembra dargliene una prova, ed ecco, si volge di lato per *vedere* direttamente l'uomo; ricorre in altre parole ad una nuova sensazione, nota precedentemente e provocata con coscienza, per scoprire il reale.

È questo il procedimento che comunemente segue ogni uomo per la percezione dei fatti. Ma è anche un procedimento che ha un valore più generale, filosofico e scientifico. Dal fatto bruto al fatto scientifico non vi è poi altro che una differenza di grado o, per meglio dire, di complessità, in funzione dei rapporti associativi ai quali ho accennato e che da *subiettivi* tendono a divenire *obiettivi*, cioè non in rapporto all'osservatore, ma a tutti i fatti circostanti.

Si comprende così come la scienza tende a stabilire dei rapporti associativi di ordine sempre più elevato e generalizzabile, siano essi dinamici o statici, di *successione* o di *coesistenza*, progressivamente fino allo studio sempre più profondo delle condizioni *invarianti* nelle relazioni esistenti fra i fatti naturali. Siamo nel campo dei cosidetti « fatti condizionati » o « leggi » che, per essere tali, devono avere un carattere estraneo al fatto contingente, quasi generalizzabile in un qualche cosa di *necessario*: in un *ordine* preesistente *di per sè* e ricavato da un ipotetico caos iniziale. Voglio dire con ciò che l'individuazione di una « legge » naturale (fisica, chimica o biologica)

[1]) Cfr. l'opera: *Problemi della scienza*. II ed. Zanichelli, Bologna, 1926.

presuppone un *ordine necessario* di fatti, estraneo al contingente, ma non al contenuto suo stesso, senza di che cadremmo in una fantastica trascendente astrazione la quale ripugna alla scienza, se non a certi indirizzi filosofici.

Or bene, nell'ambito della Sistematica Biologica potrebbe sembrar semplice riconoscimento di fatti bruti il catalogare una specie o un genere nuovo (moltiplicabili *praticamente* a piacere!) così come il contadino riconosce e distingue una talpa da un cane, un lupo da un cavallo e così via. Nel qual caso non potrebbe veramente parlarsi di scienza nel senso prima indicato. In effetti però lo scienziato che tende alla sistematica naturale segue ben altra via; sa che la sua opera non è un semplice riconoscimento di individualità standardizzate, sa che il suo riconoscimento è molto più complesso di una qualsiasi disamina di un sistema cristallizzato e statico, e sa viceversa che anche il classico *natura non facit saltus* non è sempre lo stesso e sarebbe meglio sostituirlo con un *mens non facit saltus in naturae cogitatione.* Il naturalista, infine, riconosce nella natura quell'*ordine* necessario di fatti che, come sappiamo, è il presupposto delle « leggi » e delle condizioni di ogni *invariante,* per cui il suo vero lavoro scientifico si estrinseca, in definitiva, nella ricerca di queste: cioè di veri e propri rapporti di coesistenza e di successione fra i caratteri distintivi, morfologici o fisiologici, delle entità sistematiche. È in questo senso allora che la nostra Sistematica perviene a dignità di Scienza, come la fisica, l'astronomia, la chimica, ed è così che diviene falsa l'affermazione teorica, *a priori,* secondo cui le entità sistematiche sarebbero delle entità astratte moltiplicabili a piacere!

I fatti scientifici della Sistematica si estrinsecano dunque nelle « leggi » e nelle « invarianti » che presuppongono un *ordine*; negare quest'ultimo significherebbe rinnegare anche il valore delle leggi che si ricercano, e senza queste, senza l'ammissione della ricerca di un ordine naturale di fatti a che si ridurrebbe l'opera nostra? A quei biologi che avessero avuto timore di ammettere il principio accennato, almeno come ipotesi di lavoro, bisognerebbe dire che essi tendono al fallimento della loro scienza preferendo una specie di rinunzia agnostica in seno al fantasma assoluto del loro idealismo trascendente. Nè basta citare le forme intermedie fra specie o generi per cantare l'inno dell'arbitrarietà di ogni classificazione: nelle « leggi » statistiche di rapporto armonico fra parti di un organismo noi sappiamo che è possibile ritrovare quella specie di « aderenza » dei gruppi di individui al loro rispettivo « tipo », la quale è mantenuta in forza di altre « leggi », anch'esse ben definite in natura, e che tutti ormai riconoscono come patrimonio ereditario della specie. È falso perciò anche quel « curioso paradosso verbale » che un eminente filosofo moderno vedeva nella Sistematica degli esseri viventi e che avrebbe voluto chiamare Asistematica. Un *ordine* naturale di fatti sussiste dunque e, se mai, solo noi non siamo

in grado di afferrarlo compiutamente, da cui la variabilità e la pratica soggettività del giudizio.

È vero che ci troviamo in un mondo mutevole di fatti, ma ciò non significa che essi siano le manifestazioni di un caos. La realtà naturale è riconosciuta concordemente come « nè costante, nè uniforme, ... bensì in perpetua trasformazione, evoluzione e divenire » [1]). Il che non è concepibile se non per un sistema avente in sè un certo determinato ordine, al di fuori del quale non vedo la possibilità di una *evoluzione* e di un *divenire* (e siamo in biologia!).

Rinnegata pertanto la classificazione come semplice opera di comodo e identificata con la ricerca stessa delle « leggi » naturali resterebbero da chiarire altri punti del problema inerenti al *valore* di dette « leggi ».

Come Augusto Comte prevedeva l'impossibilità, prima delle analisi spettroscopiche, di una penetrazione dell'astronomia nel mistero delle costituenti chimiche dei corpi celesti, così oggi B. Croce (strano, ma significativo parallelismo) nega ogni possibilità di discriminazione logica nelle scienze naturali e, più in particolare, scrive: « non sarà dato mai provare che i generi e le specie di alcune di esse [distinzioni] debbano essere tanti e non più, o enunciare il carattere veramente originale onde un genere si distingue da un altro genere e una specie da un'altra ». « Non sarà dato mai... », per cui il filosofo si dilunga a dimostrare, con le molte pagine di un capitolo intero del suo Trattato di Logica, l'impotenza delle « scienze empiriche » di fronte alle mutevoli, infinite forme individuali del reale. Che cosa significa tutto ciò?

Le nostre « leggi » naturali vengono identificate con il semplice singolo fatto o concetto empirico in una identità logica... che non è affatto logica quando si pensa a quel graduale processo di generalizzazione insito nei « fatti condizionati » della scienza, per cui la « legge » diviene un complesso conseguente di fatti che non è più una semplice *somma* ma un *insieme* armonico ed invariante. Si osserva infatti che il valore di dette « leggi » è cosa teoricamente vana (appena « praticamente utile »), perchè « non vi è *fatto reale* che non sia eccezione alla sua legge naturalistica » e, di conseguenza, non si possono formulare *previsioni*, che è quanto dire « antivedere o profetare ». Si scambia lo scienziato con l'erede dell'antico veggente!

Ma l'equivoco di tale ragionamento sta ancora nelle sue radici, ed è fondamentale — io credo — per definire il valore e l'essenza delle « leggi » che rappresentano l'ordine naturale dei viventi. Esse, essendo appunto scientifiche, non hanno per oggetto il fatto bruto singolo, ed astraendo da questo si riferiscono invece sempre a quell'*insieme* invariante dei fatti condizionati della scienza. Le previsioni non possono pertanto riferirsi al

---

[1]) Cfr. B. Croce, *Logica come scienza del concetto puro*. VI ed. riv., Bari, Laterza, 1942.

singolo evento o fatto, ma all'oggetto medesimo della legge, alla invariante di cui tratta. I fatti singoli non sono dunque « eccezioni alla legge », nè potrebbero mai esserlo! La sola ripetizione dei fatti nelle stesse identiche condizioni caratterizzate dalla legge può evidentemente essere, nel suo insieme, oggetto di previsione. E questa non è un'opera da profeti, perchè richiede il *controllo* scientifico di tutte le condizioni di manifestazione dei fatti e non li prevede per nulla nella loro individualità. Altrimenti sarebbe come pretendere di dedurre da una legge di differenziazione di un gruppo umano determinato la figura, ad esempio, di un individuo X discendente da una coppia particolare e poi, di fronte al fallimento della previsione, parlare di eccezioni alla regola che toglierebbero ogni intrinseco valore scientifico alla « legge » naturale!

Ci si può chiedere ora, in conseguenza di quanto precede, l'oggetto reale delle leggi di Sistematica e dei suoi fatti corrispondenti. Ma il problema è complesso ed è bene chiarirlo — nell'attuale abbozzo — solo in alcune linee fondamentali, senza pregiudicarne un organico ulteriore esame più approfondito.

In una parola l'oggetto della Sistematica Biologica è l'*ordine* naturale degli esseri viventi, cioè dei tanti individui viventi. Ma ancora: che cosa sono gli individui nella natura? Tutto e nulla nello stesso tempo. In una mirabile sintesi W. Goethe, ancora giovane (fra il 1781 e il 1782), ce ne parlava nel suo *Die Natur:*

« Natura!

Essa crea eternamente nuove forme: ciò ch'è ora non era ancora, ciò che era non torna; tutto è nuovo e nondimeno è sempre antico.

. . . . . .

Pare che la natura tutto abbia indirizzato verso l'individualità, e pure non sa che farsene degli individui. Artista incomparabile, senza apparenza di sforzo passa dalle opere più grandi alle minuzie più esatte. E ognuna delle sue opere ha una propria esistenza, ognuna delle sue manifestazioni un proprio concetto; ma nel tempo stesso tutto è uno ».

Molto più tardi, nel 1828, in uno *Sguardo retrospettivo*, il poeta naturalista torna a meditare sulle sue parole giovanili, ne conferma l'intuizione, ma vi aggiunge delle modalità nuove: tra l'altro il fenomeno della *Polarität*; così egli la chiama, la tendenza di tutti gli esseri finiti a raccogliersi intorno a un centro, tendenza che egli definisce poi come *concentrazione della creazione.*

In altre parole potremmo dire che l'individuo è ben poca cosa al di fuori del suo *ordine* naturale di fatti, *ordine* che si estrinseca nella « legge » di costituzione dei gruppi, proprio per quella *Polarität* di cui ci parlava Goethe. Perciò la conquista dei *fatti* nella Sistematica biologica deve essere

opera di *riconoscimento* delle leggi del Sistema naturale, o, meglio, di quelle che io definisco *leggi di polarità demogenetica*.

In realtà vi saranno da esaminare due ordini diversi di *rapporti associativi* fra i *caratteri* rilevati, a seconda che si tratti di *rapporti di successione* o di *coesistenza*. I secondi in senso statico, in un gruppo singolo, omogeneo per le sue tante modalità distintive, i primi in senso dinamico: nel tempo, nelle età ontogenetiche, nelle generazioni, ecc. Solo all'insieme dei due tipi di rapporti si può chiedere una conclusione, infine, sulla rivelazione o meno di quelle armonie di gruppo o *leggi di polarità*, necessarie per la valutazione del *complesso demogenetico* in esame.

Una trattazione ben più estesa ci occorrerebbe per entrare nel campo delle *modalità* di studio di tali problemi, anche se solo dal punto di vista concettuale; ma queste pagine sono sufficienti perchè non vogliono essere se non un abbozzo di principio per l'impostazione del tema, e perchè si comprenda in che senso l'*individuo* viene considerato come una « unità demogenetica » elementare, non *a sè stante* quindi, bensì *in funzione* del gruppo naturale di appartenenza e delle « leggi » che ad esso lo tengono ineluttabilmente legato.

Individuo ed individualità in un equilibrio instabile.

Dicendo che gli esseri viventi si rivelano in natura innanzitutto in relazione alla perfetta immagine delle loro reciproche armonie e del loro *ordine* è come dire con De Giovanni (il Maestro della Scuola costituzionalistica italiana) che « La natura è tutta nella forma ». È come dire che dagli oscuri fondi del caos essa realizza i misteri della vita attraverso la obbedienza alle « leggi » del suo ordine e il giuoco delle sue « affinità ». E quante « leggi », quante serie progressive di « affinità » fra gruppi e complessi di gruppi noi vediamo armonizzare fra loro in ogni studio, anche sulle più piccole manifestazioni della vita!

La Sistemàtica tende appunto allo studio sintetico dell'ordine negli aggruppamenti naturali su una unità indiscussa: l'individuo; su una unità il cui valore fisiologico e morfologico sta proprio anch'esso nell'armonia reciproca delle sue parti [1]). È su questa armonia e compiutezza di rapporti che, anzi, è possibile una giusta definizione dell'*individuo*. Castellino (lo eminente clinico napoletano, profondo conoscitore della storia delle concezioni filosofiche e mediche della individualità) parlava infatti come di « una personalità a sè, integrale, il cui corpo rappresenta un tutto coerente nello

---

[1]) Cfr. A. Sacchetti, *Alcuni problemi di sistematica biologica. Per una metodologia.* Riv. di Biologia Coloniale, vol. VIII, 1947. I problemi sono però ampliati ed approfonditi nell'opera: *Problemi di Sistematica Biologica*, in corso di pubblicazione per l'editore Einaudi, in collaborazione con il prof. S. Beer.

spazio e le cui parti, nel loro insieme e nella loro inscindibile collaborazione comune, costituiscono *una unità morfologica fatalmente ereditaria ed il cui patrimonio ereditario è comune a tutta la collettività vivente* » di appartenenza [1]). E non è mancato neppure, oggi, il tentativo di precisare sempre più il carattere di *unità fatalmente ereditaria* dell' individuo, tanto da attribuire ad essa stessa la *potenzialità* riproduttiva completa del tipo della specie, senza la quale non si potrebbe neppure parlare di individuo (E. Zavattari) [2]).

Resta comunque fondamentale la rappresentazione della *collettività vivente* di appartenenza che noi ritroviamo nell' *individuo* quasi in forma della sua stessa *energia potenziale* e quindi del suo *patrimonio ereditario*. Ma — ci si potrebbe chiedere — come può essere spiegata la *conservazione* della *unità* individuale e per quali provvidenze o moccanismi? Ci si deve rivolgere evidentemente ai problemi della *coordinazione* delle parti nel senso della armonica costituzione del tutto in una unità che non è somma ma sintesi di un *insieme* naturale: in altre parole alle cosiddette « leggi » dell' individuo, che sono il *mezzo*, la via di realizzazione delle innumerevoli interferenze fra le parti in un agglomerato vivente e continuo. Su questi fenomeni di correlazione è basato il complesso delle scienze biologiche dell'individuo da ogni punto di vista (morfologico, fisiologico, genetico, ecc.); sui risultati viceversa e sui problemi che sorgono circa gli aggruppamenti naturali di appartenenza è basato il complesso delle scienze sistematiche e demogenetiche. L' individuo, mentre nel primo ordine di ricerche è il fine, il *tutto*, nel secondo è l' *unità*, ma non v' è altra naturale differenziazione di contenuto concettuale, e, spesso, neppure di metodo, se non in un piano diverso di elaborazione e di interpretazione del materiale di studio.

Per ciò che interessa le scienze sistematiche è fondamentale considerare che le suddette « leggi » di correlazione organica o individuale sono mantenute in atto dal patrimonio ereditario il quale — come dice ancora Castellino — determina « la forma di equilibrio obbligatorio dell' individuo », nel gruppo di appartenenza, « tanto se questo individuo è una cellula od un meridio od un zooide o l' agglomerazione tutta intiera ». L' individuo dunque — continua l' autore — « è un essere a eredità totale. Eredità ed individualità sono inseparabili. *Perciò l' individuo è realmente l' unità nella specie:* esso è la forma di equilibrio della sostanza specifica, e questa forma di equilibrio è determinata, rappresentata in ciascuna cellula costitutiva dell' individuo ».

Ma vale la pena di sottolineare ancora in proposito il pensiero di questo autore per tutto quanto seguirà anche sul contributo sperimentale del pre-

---

[1]) P. Castellino, *Le grandi sindromi cliniche*. Napoli, Ed. V. Idelson, 1933.

[2]) Relazione svolta al Congresso filosofico-scientifico dell' Istituto « Aloisianum » di Gallarate dell' agosto 1946.

sente lavoro. Il parallelismo concettuale — come vedremo — è anzi suggestivo; nelle parole del Castellino troveremo una intuizione perfetta di ciò che i dati sperimentali rivelano, ogni giorno sempre con maggiore chiarezza. Ed è interessante che solo dopo aver concepito tutto lo sviluppo delle ricerche ed aver portato a termine le elaborazioni io abbia avuto occasione di leggere questo brano in cui persino la terminologia è in perfetta corrispondenza con i miei risultati. È interessante, nel senso di dimostrare come, per vie tanto diverse, di metodo e di ricerca, si ottengono gli stessi risultati se rivolti allo studio dello stesso fenomeno naturale.

« L'individuo — scrive l'autore — ad onta della sua eterogeneità apparente, poichè può essere costituito da molti tessuti estremamente differenti, conserva una omogeneità reale... La variazione che costatiamo nella cellula sotto l'influenza delle condizioni dell'ambiente, è una variazione quantitativa...: le qualità individuali, la personalità di ciascun organismo sono, adunque, per così dire, inscritte nei coefficienti della composizione quantitativa delle sue diverse cellule ed il *qualche cosa di comune* di cui abbiamo riconosciuto l'esistenza per tutti gli elementi di un individuo, è suscettibile di essere rappresentato da numeri e coefficienti quantitativi. *La variazione di un individuo deve dunque alterare i suoi coefficienti quantitativi ereditari* ».

Questa chiara visione dei fatti aveva però bisogno di andare oltre la intuizione non solo nel senso dello studio della *individualità* a sè stante e della sua *costituzione*, come ha fatto lo stesso Castellino e così un poco tutti i moderni costituzionalisti, bensì nel campo degli studi sistematici propriamente detti. Vedremo come ciò sia possibile.

Intanto da tutto ciò si deve dedurre una conseguenza essenziale: l'individuo esiste come realtà biologica in funzione della sua unità e completezza ereditaria, ma *non è tutta eredità*. Ogni *individuo* è anche una *individualità* nella specie, a causa delle infinite necessità di adattamento all'ambiente, per cui due complessi di forze sono da considerarsi: quello ereditario e quello dell'adattamento; due complessi che costituiscono il pernio delle caratteristiche della individualità e delle variazioni che in definitiva modellano l'individuo.

Si tratta non soltanto di variazioni *solidali*, di massa, nel perfetto rispetto delle « leggi » di *coordinazione* che sono, come ho accennato, ancora perfettamente conservative rispetto al *tipo* di appartenenza, ma anche di variazioni modellatrici, altrimenti non vi sarebbe vera e propria possibilità di adattamento o reazione alle sollecitazioni esterne le più diverse, e non vi sarebbe neppure possibilità teorica di evoluzione della specie: non vi sarebbe la vita! Dobbiamo dire dunque che l'individuo vive sotto l'azione di due ordini di forze *in antagonismo* (solo dal punto di vista delle risultanti faneriche!), i quali permettono la realizzazione di una specie di *equilibrio instabile* oltre il quale vi sarebbe necessariamente la morte del gruppo,

o per cristallizzazione intorno ad un tipo con mancanza assoluta di adattamento all'ambiete, o per disgregazione in altri gruppi indipendenti fra loro se le sollecitazioni esterne li hanno portati ad una specie di segregazione e di corrispondente adattamento sistematico alle nuove condizioni. Sulle modalità di quest'ultima ipotesi non ci si può pronunciare se non nell'ambito delle teorie evoluzionistiche le più diverse. E in questa esposizione non è il caso di entrarvi: basterebbe del resto pensare al comune fenomeno della selezione naturale. Ma rimaniamo alle possibilità.

Esse ci rivelano di per sè (come dati di fatto) la concezione di una specie di *soglia di equilibrio instabile dell' individuo* necessaria per il mantenimento di quel *qualche cosa di comune* che noi troviamo nel *tipo* del gruppo il quale a sua volta cadrebbe, nel senso vitale, se da una parte, essendo assoluto, non permettesse l'adattamento, o dall'altra si riducesse a nulla. Si può rispondere che vi sono tanti gradi di possibilità intermedie in tale realizzazione: ma è per questo che nella Sistematica si riconosce una progressività di aggruppamenti naturali che sale fino al *Summum genus*. Si riconosce però anche che queste possibilità non sono infinite o almeno vi sono dei limiti precisi nel cui ambito la natura sembra concentrarsi per realizzare i suoi tipi. È come dire che vi è insieme una continuità ed una discontinuità. Vi è anche qui una soglia di progressività oltre le quali forse non c'è vita.

Ma arrestiamo ancora l'esposizione ai fatti e fermiamoci agli aggruppamenti sistematici più omogenei, più piccoli, sopratutto in vista dei dati sperimentali che seguono.

Le variazioni individuali, anche rispetto alle « leggi » suddette di coordinazione delle parti, comportano una distinzione preliminare: vi sono variazioni, infatti, come semplici scostamenti individuali dalle medie di gruppo che, essendo solidali fra loro, non rivelano nuove individualità vere e proprie dal punto di vista morfofisiologico; ve ne sono altre invece che caratterizzano le individualità per mancanza di *adesione* individuale (su un complesso di caratteri) al « *tipo* » del gruppo. E sono queste ultime a permettere i veri e propri fenomeni di adattamento al di fuori dei quali non vi è altro che l'azione del solo patrimonio ereditario con perfetta *aderenza* al *tipo*: è il caso della *eredità assoluta*, come viene definita da alcuni ... praticamente fassurda, comoda solo come ipotesi teorica di schematizzazione.

Per quanto riguarda le variazioni che determinano le individualità, con mancata *aderenza* ad un *tipo* preciso, è evidente che esse si realizzano essendo non totalmente correlate fra loro. Il fenomeno si sposta perciò nell'ambito di studio delle « leggi » di correlazione organica.

Prescindiamo dalla distinzione che potrebbe farsi fra correlazioni morfologiche, fisiologiche e biochimiche, tutte in definitiva riducibili alle prime (morfologiche) se si approfondisce sufficientemente l'indagine ai fini sistematici. Comunque, in ogni caso, come chiarisce ad esempio Henri Bergson

nella sua *Evolution créatrice* (62ª ed., 1946, pag. 67), noi dovremmo distinguere sotto il concetto di « correlazione » quelli che sono insiemi di cambiamenti *solidali* (di massa corporea o di necessità fisiologiche o biochimiche), da quelli che invece sono sistemi di cambiamenti *complementari*, ossia *coordinati* gli uni agli altri in modo da mantenere o perfezionare il funzionamento di un organo nelle condizioni più complesse. Per entrambi i casi però le correlazioni non sono massime e variano solo a seconda dei caratteri prescelti.

Nel complesso, quando si tratta in particolare di caratteri che misurano parti del tutto (dell'individuo), si può aggiungere che, oltre alle correlazioni fra *scarti* individuali dal *tipo*, dovremmo considerare i fatti di proporzionalità reciproca nel variare dei singoli caratteri in funzione *assoluta* della loro *grandezza*. Questi ultimi potendo dare risultati diversi dalle prime.

Nel senso delle variazioni *assolute* (di misura reale del carattere), e non di *scarti* (che, per essere tali, fanno prescindere dalla grandezza *assoluta*), noi osserviamo un fatto di grande interesse. Se prendiamo delle dimensioni di parti varie costituenti l'individuo queste presentano variazioni in un determinato gruppo. Nell'ipotesi (teorica!) di correlazione reciproca massima troveremmo che i segmenti totali dell'individuo (somme quindi dei precedenti) variano proporzionatamente a quelli parziali e... senza eccezione: quando cioè per i parziali vi è, ad esempio, una variazione di un decimo della misura, altrettanto accadrà per le somme; il che equivale a dire che *le variazioni individuali sono perfettamente proporzionali alla grandezza della dimensione studiata.*

Un esempio: si prendano i dieci articoli di un'antenna di un insetto, tutti all'incirca della stessa lunghezza. Nell'ipotesi suddetta della correlazione massima, se un articolo varia da un individuo ad un altro di un decimo, tutti varieranno anche di un decimo: e per la lunghezza totale dell'antenna si avrà ugualmente un decimo, così come potrebbe ripetersi per tutte le eventuali misure di segmenti parziali dell'antenna su somme di dati articoli.

Più in generale, indicando con M_2 e M_1 la grandezza media di due misure corporee, *nel quadro delle premesse ora fatte*, con σ_2 e σ_1 le corrispondenti misure medie degli scarti individuali, e ponendo

$$M_2 > M_1$$

si ha evidentemente:

$$\frac{\sigma_1}{M_1} = \frac{\sigma_2}{M_2}.$$

È il caso però — ripeto — della *proporzionalità assoluta delle variazioni individuali* nell'ambito e per conseguenza dell'ipotesi di una correlazione

massima fra i caratteri, rappresentante il dominio incontrastato della eredità morfologica di un *tipo*. In tale ambito la differenza fra M_2 e M_1 può variare a piacere, ma troveremo sempre una corrispondente variazione proporzionale dei σ_2 e σ_1 per cui si può anche scrivere:

$$[1] \qquad \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{M_2}{M_1}.$$

In realtà non sussiste, come ho mostrato, l'ipotesi della correlazione massima nella eredità assoluta e non si può prevedere la proporzionalità suddetta; se non che non vedo alcuna ragione logica che mi possa far pensare ad un allontanamento da detta proporzionalità *in grado diverso dalle più piccole alle più grandi dimensioni corporee* per cui, col variare di queste, il rapporto della [1] verrebbe modificato, almeno teoricamente, per una *costante.*

Generalizzando ancora si può sostituire ad M_2 ed M_1 la variabile M_i e a σ_2 e σ_1 la variabile σ_i. Nell'ipotesi della [1] si poteva anche scrivere:

$$\log \sigma_2 - \log \sigma_1 = \log M_2 - \log M_1$$

ma questo equivale a dire:

$$[2] \qquad \log \sigma_i = \log M_i \pm \log K.$$

In un grafico cartesiano dove sia $\log \sigma_i$ in ordinate e $\log M_i$ in ascisse avremmo la rappresentazione di una retta con l'andamento di $\log \sigma_i$ in funzione di $\log M_i$, e la funzione non è mai perturbata dalla costante qualsiasi segnata con $\log K$. Abbiamo però visto che la proporzionalità fra $\log \sigma_i$ e $\log M_i$ *deve essere mutata per una costante.* Indicando tale costante con b abbiamo:

$$[3] \qquad \log \sigma_i = b \log M_i \pm \log K$$

e ci si rende conto facilmente che essa non distrugge la *linearità* della relazione ma ci esprime soltanto il *coefficiente angolare* di una comune funzione di retta (equazione lineare).

Dovremmo perciò concludere che, mancando la *proporzionalità assoluta* di cui si è discusso fra σ_i e M_i (non sussistendo la correlazione massima fra i segmenti corporei) e *non essendovi nessuna ragione per ammettere che tale fenomeno dipenda dalla grandezza media dei caratteri prescelti* (variando in funzione di M_i), si deve prevedere la conservazione della linearità della relazione fra $\log \sigma_i$ e $\log M_i$ nella funzione generale di cui alla [3]. Il coefficiente b non è altro che il coefficiente di proporzionalità il quale, solo nell'ipotesi teorica della massima correlazione fra caratteri, raggiungerà il valore di 1. Dalla [3] infatti risaliremmo alla [2].

La grandezza reale di b allora, a parità delle altre condizioni, rappresenterebbe quella mancata *aderenza* individuale al *tipo* del gruppo in esame e quindi la consistenza delle *individualità morfologiche* di cui si è parlato. Con $b = 1$ (massimo) gli individui sarebbero perfettamente simili fra loro con tutte le conseguenze esposte sul destino dello stesso gruppo di appartenenza. Ma, ripeto, tutto ciò sempre nell'ambito delle condizioni poste al problema teorico il quale però ha già di per sè un certo interesse essendosi potuto trasportare il ragionamento su una base anche rigorosa la quale ci fa tradurre in una « costante » con un significato ben preciso (quello del coefficiente b nella [3]) la nostra *soglia di equilibrio instabile dell'individuo*. Certamente anche su questo piano noi dobbiamo pensare ad uno scostamento dei *singoli* caratteri dalla supposta retta della [3] per fattori non casuali ma bensì sistematici inerenti alla natura intrinseca del carattere in esame e la manifestazione della [3] dipenderebbe solo *dal complesso* di molti caratteri per i fattori comuni di cui ho parlato sulla proporzionalità delle parti di un organismo (di un *tutto*, più in generale) e che sembrano avere una considerevole portata pratica. Ma naturalmente solo i dati sperimentali potevano confermare o meno una simile previsione, tanto più che, come anche ho accennato, si doveva pensare ad altri fattori influenti sulle correlazioni, ad es. quelli che caratterizzano le variazioni *di massa corporea* e che in certi casi si estrinsecano con scarti *non proporzionali* alla grandezza dei segmenti (M_i) ma indipendentemente da questa.

In molti casi, ad es., la faccia umana si ingrandisce con spostamento di lateralità delle sue ossa rispetto al piano mediano. Se noi pensiamo ad uno spostamento di 2-3 cm. in tale senso, *solidalmente* per tutto il complesso scheletrico, quando misuriamo la distanza di singoli punti dal piano mediano troviamo sempre la medesima variazione di 2-3 cm., e questo *indipendentemente* dal fatto che due punti siano costituzionalmente più o meno vicini al piano di riferimento e cioè dalla differente *grandezza* reciproca media delle distanze nel gruppo studiato [1]).

Questi fatti comportano evidentemente un aumento *relativo* delle variazioni individuali dei piccoli segmenti rispetto ai grandi segmenti, e ciò indipendentemente dalle altre considerazioni. Nel senso del grafico cartesiano in cui sia riportata la [3] si vedrebbe la retta assumere un coefficiente b più piccolo di quello previsto con conseguente minore inclinazione sull'asse delle ascisse.

Ma in complesso tutti questi sono dei fattori che complicano il problema proposto e che non sono prevedibili nella loro portata pratica. Lo schema-

---

[1]) Cfr. in proposito la soluzione che io stesso ho adottata per tale studio specifico in *Ricerche comparate sull'architettura facciale dei Melanesiani* (dello stretto di Dawson). *Contributo allo studio del valore dei caratteri nella discriminazione sistematica dei gruppi.* Rivista di Biologia Coloniale, vol. VII, 1946.

tismo teorico resta però nella sua integrità logica ed era interessante sottoporlo al controllo sperimentale, che, come mostro nella seconda parte del lavoro, trova le sue origini in precedenti mie indagini sulla misura della variabilità dei caratteri lineari.

Infine si deve onestamente dire qualche cosa di più: se empiricamente si riesce ad individuare quel complesso di fattori che fanno realizzare la funzione lineare della [3] e se è fondato il giuoco delle forze che, come ho esposto, costituiscono il pernio di realizzazione delle *individualità* nel rispetto dell'aggregato sistematico di appartenenza, come *gruppo naturale; necessariamente* deve avverarsi il mantenimento di una *soglia* vera e propria (anche se in senso *probabilistico* e non *assoluto!*) oltre la quale non vi sarebbe più l'adesione vitale ad un *tipo* preciso di un aggruppamento demogenetico; è quanto dire che pure praticamente il *b* della funzione esposta *tenda* con evidenza ad un determinato valore diverso e più piccolo di 1. Se questo viceversa non avvenisse o si potessero contestare i risultati delle esperienze vorrebbe dire che non si è trovato il controllo sperimentale e che i fattori di perturbazione sono tali da superare il complesso fenomenico del quale si tratta, per cui, mentre nel campo della individualità si è definitivamente chiarito, non vi si riuscirebbe ancora in quello demogenetico.

Così è sorta l'impostazione del problema sperimentale, che propongo, e al quale pure, con quanto segue, ho creduto di dare un primo contributo.

II.

IL CONTRIBUTO SPERIMENTALE

Le variazioni che sembrano tendere ad una « invariante » nel loro reciproco comportamento

Lo schematismo teorico che ho esposto si è in realtà determinato nel mio pensiero in seguito ai quesiti che erano sorti da un precedente lavoro [1]). In esso appunto trovo ora anche gli elementi che hanno suggerito il contributo sperimentale. Ma in questo senso è necessario un rapido richiamo ai presupposti nel campo antropometrico.

Nella memoria citata io mettevo in evidenza, tra l'altro, un fenomeno generale (del resto già notato da alcuni, come il Viola, il Niceforo ed altri), in dipendenza del quale, rapportando una media qualsiasi di scarti

---

[1]) A. Sacchetti, *La variabilità relativa dei caratteri antropometrici lineari.* Rivista di Antropologia, vol. 33, Roma, 1941. — Cfr. anche *Ueber die relative Variabität der anthropometrischen Merkmale.* Zeitschrift für Rassenkunde, B. XIII, H. 1, 1942. — *Prime applicazioni di un nuovo coefficiente di variabilità.* Relazioni al 41° Congresso della Soc. Ital. per il Progr. delle Scienze, Roma, 1942.

individuali alla media aritmetica del segmento corporeo in esame, si ottenevano risultati legati in modo sorprendente alla grandezza stessa della misura: e poichè si interpretava il rapporto come una misura relativa di scarti individuali (dunque della *variabilità* del gruppo) si veniva a dedurne che la detta variabilità sembrava dipendere (anche relativamente) dalla grandezza media dei caratteri. In particolare i più piccoli segmenti corporei presentavano rapporti di variabilità più grandi, e viceversa i massimi segmenti. L'interpretazione nel senso di *differente variabilità intrinseca* dei grandi rispetto ai piccoli segmenti corporei, data la costanza del fenomeno, doveva evidentemente essere abbandonata, tanto da richiedere una nuova impostazione del problema. Ma perchè questi dati relativi degli scarti individuali facevano realizzare una dipendenza tanto stretta con la grandezza del carattere se il loro rapporto rispetto alla media di gruppo non aveva altro scopo che di eliminarne appunto l'influenza sul loro valore assoluto? Già: infatti è evidente che una media di scarti individuali per un piccolo segmento corporeo non potrà mai raggiungere la corrispondente media degli scarti di un grande segmento per la natura stessa delle cose. Però le medie degli scarti non variano proporzionalmente alla grandezza del segmento in esame, ed ecco perchè il semplice rapporto fra queste due misure non risultava variare indipendentemente dalla seconda (si capisce, su una *massa* di caratteri sufficiente allo scopo!).

Occorreva perciò prendere in esame lo studio statistico delle relazioni esistenti, in genere, fra la misura degli scarti individuali (praticamente l'indice che si usa definire come *scostamento quadratico medio* o σ) e la grandezza media dei segmenti (praticamente la *media aritmetica* M). Solo in base a questo studio si poteva tentare una impostazione, anche se empirica, di un nuovo procedimento, il quale in realtà ha dato risultati ben più aderenti alle necessità comparative delle nostre ricerche.

Ponendo in un grafico cartesiano ortogonale, per un gruppo sufficiente di individui, in ascisse i log M_i (per vari caratteri) e in ordinate i corrispondenti log σ_i ottenevo un andamento di punti costantemente lineare, e questo su centinaia di gruppi umani e sulle misure corporee le più disparate e diverse (in grandezza) fra loro. Interpolando i dati sperimentali di ciascun grafico si doveva pertanto sempre far riferimento alla funzione lineare, quella stessa indicata prima con [3], e dire che solo la posizione di *ciascun* carattere (punto del grafico) sopra o sotto la retta interpolatrice avrebbe indicato la differenza intrinseca della loro variabilità *indipendentemente dalla grandezza della misura corporea di cui si tratta.* Però un coefficiente angolare b della [3] uguale a 1 (per ipotesi) avrebbe ricondotto alla proporzionalità fra σ ed M come risulta da quanto ho già esposto, ed allora il rapporto σ/M avrebbe dovuto variare, in genere, indipendentemente da M. Il che è scartato assolutamente dai dati di fatto ed anzi lo stesso rapporto, come ho detto, risulta grande per valori piccoli di M e

viceversa. È quanto dire che il coefficiente b non è uguale a 1 ma inferiore a 1, per cui il risultato voluto si sarebbe dovuto raggiungere con un nuovo rapporto:

[4] $$CV = \frac{\sigma}{M^b}$$

Con la figura 1 do un esempio inedito del grafico di cui si parla per

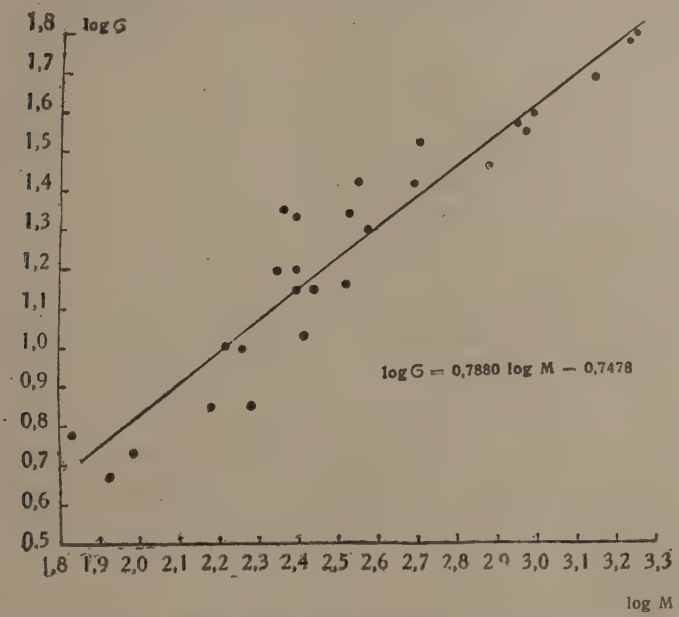


Fig. 1. — Distribuzione di log σ e log M per 27 segmenti del corpo e della testa in 62 maschi di 17 anni misurati nel 1937 ad Aarau (E. Morf). Nel grafico è riprodotta con una linea intera la retta interpolatrice.

un gruppo di studenti svizzeri di Aarau studiati da E. Morf (della Scuola Antropologica di Zurigo) e di cui sono state prese le misure per 27 segmenti del corpo e della testa [1]). Dal calcolo che ho eseguito si ottiene la nota funzione interpolatrice:

$$\log \sigma = 0{,}788 \log M - 0{,}7478$$

Il coefficiente angolare b è uguale a 0,788. Ma per altri gruppi? E per altri caratteri?

---

[1]) E. Morf, *Körperliche Entwicklung nach Form und Leistung bei Mittelschülern von Aarau.* Ist. Antrop. della Università di Zurigo, 1939.

Il risultato, già reso noto dalle mie precedenti indagini, è essenzialmente questo: *si osserva un forte addensamento simmetrico e costante dei valori sperimentali di « b » intorno alla cifra di 0,8* (comunque intermedia ad 1 e 0,5 che sono, rispettivamente, i valori estremi, possibili ma molto rari nella pratica determinazione del coefficiente angolare). Posso aggiungere anzi che negli anni trascorsi dalla pubblicazione in parola (del 1940-41) ho ottenuto sempre nuove e più numerose conferme del suddetto dato sperimentale, per quanto già dovesse ritenersi statisticamente sufficiente il materiale su cui era basata la prima relazione. In essa comunque non avevo neppur tentato una qualche interpretazione biologica del fenomeno, anche in quanto lo scopo del lavoro era soltanto quello di tendere alla individuazione di un procedimento atto a permetterci di comparare *fra i caratteri studiati* (segmenti corporei i più diversi) la loro intrinseca variabilità indipendentemente dalla rispettiva grandezza media.

Ma successivamente il problema del « perchè » mi si doveva necessariamente porre, di fronte ad una simile costanza di rapporti e ad una simile legge di relazione lineare che si andava sempre più confermando, mentre il coefficiente angolare sembrava tendere ad una « invariante ». E sopratutto il « perchè » o, si direbbe meglio, il « come » mi si poneva in quanto ogni significativo scarto di *b*, dal valore medio di concentrazione generale, veniva trovando una giustificazione contingente, la quale quindi non era eccezione ma, se mai, conferma alla regola.

Le conseguenze della concezione di una « soglia di equilibrio instabile dell'individuo » nel senso prima esposto, trovavano perciò una troppo suggestiva analogia con i risultati delle precedenti esperienze, tanto da suggerire un ulteriore approfondimento del problema. Si trattava in realtà di saggiare il *valore* della costante empirica in funzione di una giusta impostazione teorica dei fatti noti, il che ho tentato anche in seguito a incoraggianti ripetute conversazioni che ho avuto in proposito con vari studiosi matematici e biologi (privatamente o in associazioni scientifiche). Fra l'altro desidero ricordare il nome dell'amico Prof. Sergio Beer che, come biologo e nello stesso tempo profondo conoscitore del gruppo dei Lepidotteri, si è interessato particolarmente del problema offrendomi preziosi contributi.

La concezione teorica suddetta conduceva a prevedere l'esistenza di una « invariante » nello studio degli scostamenti individuali di segmenti corporei i più disparati: e di una invariante che tanta stretta analogia presenta con il dato sperimentale; ci si poteva chiedere naturalmente se questa *analogia* fosse sostanziale, cioè basata sui medesimi fattori, o soltanto casuale, nella corrispondenza formale dei rapporti esaminati. Per rispondere al quesito ho cercato di interpretare con un controllo sperimentale tutti i casi che avrebbero altrimenti costituito apparenti difficoltà alla deduzione teorica. Certamente ve ne sono altri e ne sorgeranno sopratutto altri con l'estensione delle ricerche nei diversi campi della zoologia. Forse

si troveranno vie di maggiore approssimazione alla consistenza naturale dei fenomeni, e se presto si riterrà sorpassato il già fatto vorrà dire che altri lavori lo seguiranno e che non si è aperta invano una nuova possibilità di indagine.

Le difficoltà e le interpretazioni

La prima fondamentale difficoltà che ci si poneva nel senso della nostra interpretazione teorica si trova implicitamente contenuta e non risolta nelle conclusioni della memoria originale (del 1940-41). In essa infatti era messo in evidenza come, pur nell'ambito delle ristrette variazioni di b (il coefficiente angolare della funzione interpolatrice), *i valori più bassi di detto coefficiente corrispondono costantemente ai casi in cui i valori medi dei caratteri studiati nel gruppo in esame non variano molto fra loro.* La qual cosa vuol dire, in altre parole, che per i gruppi in cui i caratteri (essendo diversi) comportano piccole escursioni sull'asse di ascisse del grafico $\log \sigma$, $\log M$, il coefficiente angolare della retta interpolatrice non è più uguale a 0,8 ma tendenzialmente inferiore. Il fenomeno scompare quando invece di prendere in esame complessi di misure *diversi* fra loro si elaborano i dati sui medesimi complessi di segmenti corporei, magari nei gruppi umani i più disparati.

Che cosa vuol dire tutto ciò? Se si concepiscono fattori sistematici di scarto dei valori di b (per complessi parziali di segmenti) dalla media a cui tendono in genere, come è possibile ammettere una *linearità* invariante sui caratteri *i più diversi*?

La difficoltà, che non sorgeva per le necessità di approssimazione del precedente lavoro, era questa volta *essenziale.* Ma per essere chiarita occorre riferirsi alla natura del materiale che ha condotto a simili risultati. In tutti i casi il più basso valore di b era dovuto a complessi di misure riferibili alla sola testa o al solo tronco o a misure esclusivamente craniche... a misure, in altri termini, che il più delle volte non rappresentavano parti di un insieme organico e poi l'insieme stesso, bensì sempre una parte dell'individuo i cui segmenti fondamentalmente variano *in dipendenza della mole*, e in senso *assoluto*, senza quindi rispetto alla proporzionalità con la grandezza media (M_i) di ciascuno. Sulle conseguenze di un simile fatto ho già detto (citando un esempio originale) come ci si debba riferire alla minore inclinazione della retta interpolatrice del grafico $\log \sigma$, $\log M$; *il che significa più basso coefficiente angolare* «b»... e significa confermarne la sua portata generale nel senso esposto.

Una ulteriore conferma però di questa interpretazione è facile trarla ancora dai dati della memoria che vado ripetutamente citando. La scoperta della dipendenza di b dalla limitatezza del materiale elaborato si trova esplicitamente connessa (in sede di conclusioni) con un altro dato di fatto:

la più piccola differenza esistente in tali casi fra i log M; rispetto ai complessi di misure assunti nel senso più generale. Orbene, quando invece vengono presi in esame *gli stessi* caratteri in tutti i gruppi da cui si vuol trarre il coefficiente b, questo *non appare più legato* da una correlazione significativa con la grandezza della differenza intercorrente tra i *valori medi* dei segmenti (cioè anche fra i corrispondenti log M_i) (Cfr. il punto 4° delle citate conclusioni).

Ma si potrebbero fare due apparenti obbiezioni:

1) se alla limitatezza del materiale (con più piccole differenze fra i log M_i) influente sulla riduzione relativa di b (sia pure nell'ambito delle piccole variazioni riscontrate) si attribuisce ora (per la gran parte dei dati esposti) la limitatezza anche qualitativa, nel senso che, proprio per la dipendenza dalla *massa* corporea, le variazioni dei caratteri non appaiono più dipendere con *proporzionalità* dalla loro grandezza media; si devono trovare dei casi in cui, pur essendo i caratteri limitati ad una singola porzione del corpo, si riferiscono alle parti componenti di questa e contemporaneamente ai segmenti totali in modo da non rispettare le condizioni alle quali viceversa si attribuiva il fenomeno di scarto del coefficiente b dalla sua norma. In tali condizioni pur essendo *relativamente* limitato il materiale e bassa la differenza fra i log M_i il coefficiente b non dovrebbe scostarsi dalla sua norma con la nota sistematicità.

2) La dipendenza di b dalla grandezza (relativa al materiale in esame) della differenza fra i *valori medi* dei caratteri (o log M_i) dovrebbe mancare quando da un certo insieme *sufficiente* di segmenti corporei i più disparati (appartenenti a porzioni diverse) si passa ad insiemi ancora più diversi fra loro nei valori medi dei caratteri.

A questo punto credo che solo i dati sperimentali avrebbero potuto chiarire le situazioni esposte, per cui ho elaborato appositamente il materiale necessario.

Per un gruppo di circa 200 maschi adulti di Kolarovka dell'Ucraina del Sud (su dati di O. NEDRIGAYLOFF) si possiedono le misure di 12 segmenti della testa e 11 del corpo [1]). Sul totale dei due complessi di misure il coefficiente b non si scosta dalla norma delle sue variazioni intorno a 0,8. Per le misure della testa e del corpo invece, rispettivamente, si ottiene 0,639 e 0,741. Il valore *più basso* di b per le misure della testa colpisce sopratutto sul complesso quando si pensi che ne ho avuto conferma in numerosi altri casi. Esso dunque dipende da fattori costanti che con sistematicità rendono meno inclinata sull'asse delle ascisse la retta interpolatrice. Nella fig. 2 si vede nel solito grafico la distribuzione dei due complessi di dati inerenti alle misure suddette del corpo e della testa con

---

[1]) O. NEDRIGAYLOFF, *Les caractères physiques des Bulgares du sud de l'Ukraine.* L'Anthropologie, vol. XLIV, Parigi, 1934.

le rispettive rette interpolatrici. Le parallele sulle quali è riprodotta la distribuzione rappresentano l'andamento normale della relazione fra log σ e log M con coefficiente angolare di 0,8. Si ha così una visione concreta del fenomeno di perturbazione messo in evidenza sull'andamento delle rette interpolatrici e che, d'altra parte, non fa che confermare la legge generale.

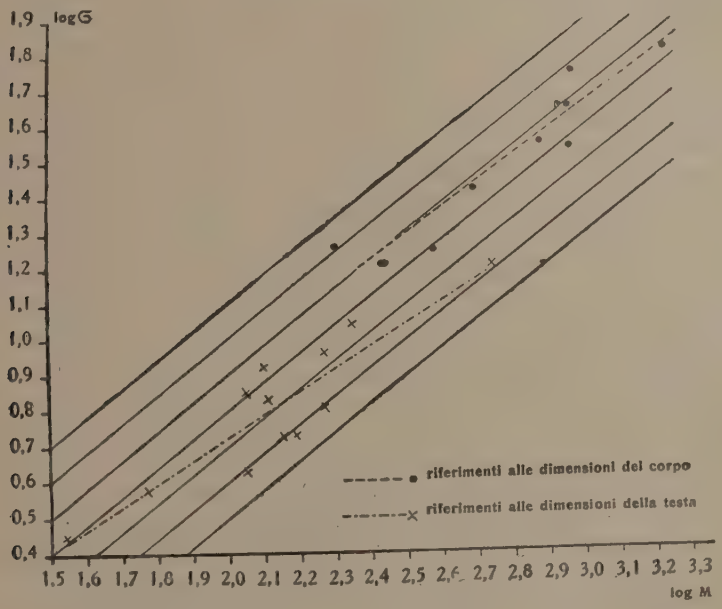


Fig. 2. — Distribuzione di log σ e log M per due gruppi di dimensioni del corpo e della testa in circa 200 maschi di Kolarovka studiati da Nedrigavloff. Sono tratteggiate le due rispettive linee interpolatrici.

Del resto anche dal punto di vista della misura della variabilità dei singoli caratteri (che costituiva lo scopo della precedente memoria) questi fenomeni di perturbazione non andavano considerati in quanto facenti parte di tutto quel complesso di circostanze che appunto determinano la variabilità *intrinseca* ricercata, a parte la diversa grandezza media dei caratteri stessi. Il variare infatti di tale grandezza media non ha a che fare con la situazione dei segmenti corporei misurati la quale a volte richiede scostamenti non *proporzionali* per più immediata dipendenza dalla *massa* somatica.

Per quanto riguarda ora le due apparenti obbiezioni sopra formulate passo ad altri dati esemplificativi.

Limitando l'esame alle sole misure di segmenti (parziali e totali) della

mano su dati di Lawenz e Whiteley [1]) ho ottenuto (per la mano destra) la seguente funzione interpolatrice:

$$\log \sigma = 0{,}8032 \ \log M - 0{,}9011$$

Il coefficiente angolare è quello normale: dunque vi sono i casi in cui, pur essendo limitato il materiale ad una porzione corporea si può escludere l'influenza di quei fattori di (diremo ora) *falsa perturbazione della*

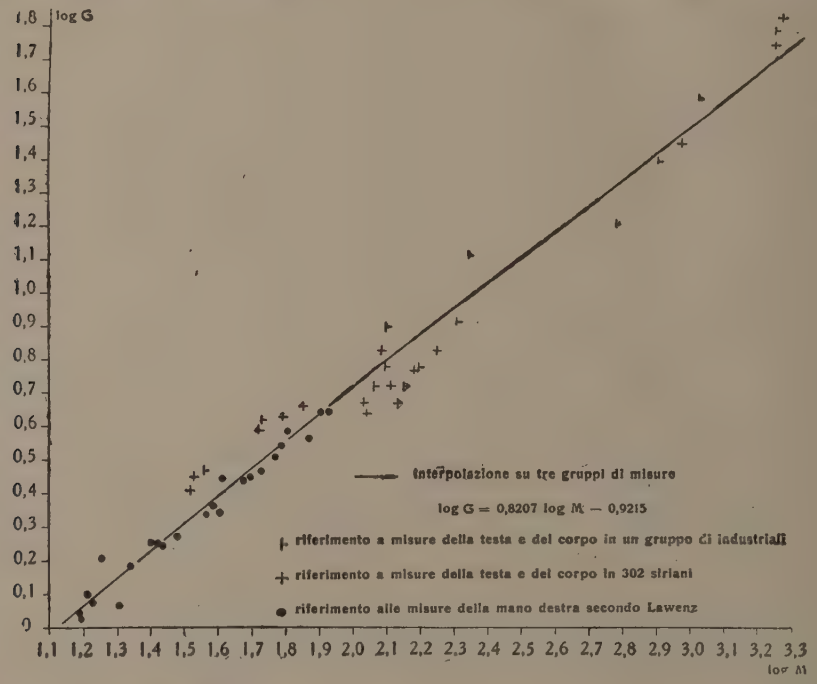


Fig. 3. — Distribuzione di log σ e log M per tre gruppi diversi di misure con una unica interpolazione.

legge e che non sono da attribuire se non alla reale variabilità intrinseca dei caratteri.

Il tentativo, inoltre, di estendere l'elaborazione a complessi di segmenti corporei, di per se sufficienti ma fra loro diversi (nei valori di log M_i), ha dato risultati che non perturbano affatto l'andamento normale del fenomeno di relazione fra log σ e log M, nè nella *linearità*, nè nel *coefficiente angolare*. Se ne veda un esempio con la fig. 3 dove nello stesso grafico

---

[1]) M. A. Lawenz e M. A. Whiteley, *Data for the Problem of evolution in Man, A Second Study of the Variability and Correlation of the Hand.* Biometrika vol. 1 1901-02.

sono posti i dati di segmenti della mano (gli stessi prima riferiti), quelli di segmenti corporei e della testa in un gruppo di industriali [1]) e quelli, infine, di segmenti anche corporei e della testa in un gruppo di Siriani di Mitwali [2]). Interessante, fra l'altro, è l'allineamento perfetto dei dati sui segmenti della mano, di per se, innanzitutto, ma anche rispetto agli altri. Non si può certo affermare che la *linearità* è contraddetta! La retta interpolatrice ha poi questa funzione:

$$\log \sigma = 0{,}8207 \ \log M - 0{,}9215$$

dove il coefficiente angolare è il solito b oscillante nel suo ristrettissimo campo di normalità.

Ancora una volta perciò se ne deve dedurre una conferma per l'ipotesi della interpretazione dello schema teorico sul significato di una « invariante » nelle relazioni fra scarti individuali e grandezza media dei segmenti corporei.

Sempre su dati antropometrici (i più disparati segmenti corporei e della testa) ho voluto infine tentare un altro saggio, non tanto per chiarire una difficoltà diretta del problema in esame, quanto per cercare di conoscerne meglio la portata anche in rapporto all'accrescimento individuale. Ho sovrapposto allo scopo nello stesso grafico (della fig. 4) i dati di un gruppo di 250 maschi *neonati* di Zurigo [3]) con quelli dei seguenti gruppi di *adulti*:

— italiani maschi, rilevati da N. Pende su misure di Benedetti [4]);

— maschi bavaresi, rilevati da G. Maier [5]);

— marchi svizzeri di Schangnau, rilevati da Schlaginhaufen [6]).

Per i gruppi presi singolarmente si aveva:

su italiani (di Pende)	$\log \sigma = 0{,}895 \ \log M - 1{,}005$
su maschi baveresi	$\log \sigma = 0{,}891 \ \log M - 1{,}103$
su maschi di Schangnau	$\log \sigma = 0{,}779 \ \log M - 0{,}791$
su *neonati* svizzeri	$\log \sigma = 0{,}860 \ \log M - 0{,}934$

---

[1]) G. H. Daniel, *Changes in the racial Caracter of the Population of the Llandebie, District.* Jour. Royal Anthropol. Inst. vol. LXVII, London, 1937.

[2]) W. M. Shanklin, *Anthropometry of Syrian Males.* Jour. R. Anthropol. Inst. vol. LXVIII, London, 1938

[3]) Rilevati da E. Kugler, in *Körperproportionen und Kopfform bei Neugeborenen.* Aus dem Anthrop. Instit. er Universität Zürich, 1932.

[4]) N. Pende, *Trattato di Biotipologia umana.* Milano, 1939.

[5]) Cfr. G. Maier, *Anthropologische Untersuchungen im Bezirke Wolfstein des bayrischen Waldes.* Aus dem Anthropol. Inst. der Universität Zürich, 1938.

[6]) Cfr. O. Schlaginhaufen, *Zur Kenntnis der Bevölkerung von Schangnau im Oberemmental.* Mitt. der Geog.-Ethnog. Ges. Zürich, Bd. 39, 1938-1939.

Per il complesso di tutti e quattro invece:

$$\log \sigma = 0{,}845 \quad \log M - 0{,}924$$

Come al solito si trova perfettamente aderente la distribuzione dei singoli punti del grafico (corrispondente ai singoli segmenti somatici) in-

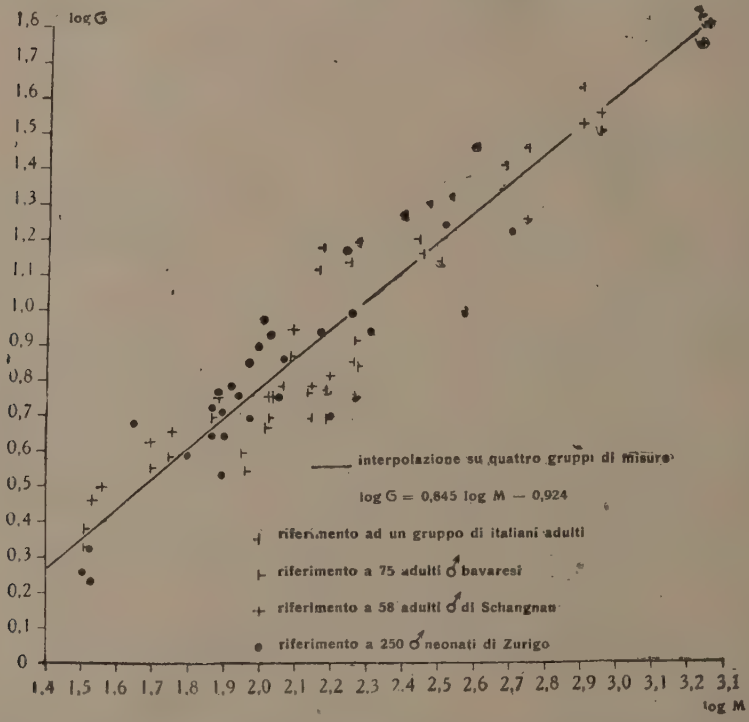


Fig. 4. — Distribuzione di log σ e log M per quattro gruppi diversi di misure con una unica interpolazione.

torno alla retta interpolatrice (v. fig. 4), per cui permane la *linearità* della relazione studiata e sempre, per di più, confermando il normale valore di *b* che tendenzialmente oscilla su 0,8.

Tale dato di fatto, per il quale la fig. 4 ci offre una singolare documentazione, ha un significato generale che suggerisce un approfondimento del problema anche nel campo delle leggi dell'accrescimento. Tutto lascia credere infatti che ciascun segmento, in generale, accrescendosi, permétte la realizzazione di scarti individuali sempre maggiori, ma non proporzionalmente all'accrescimento assoluto raggiunto, bensì secondo una funzione simile a quella finora dedotta per più caratteri in un gruppo omogeneo in

quanto all'età. Se ciò è vero in generale e, *se le ricerche future lo dimostreranno*, a conferma di quanto appare dall'attuale saggio, si potrà dire che le differenze riscontrate finora, per i segmenti corporei i più disparati, secondo la legge di relazione messa in evidenza fra $\log \sigma$ e $\log M$, dipendono in fondo come da un loro differente accrescimento; per cui *se un segmento è più grande di un altro vuol dire che è cresciuto di più e avrà scarti individuali anche più grandi, ma di quanto indica l'equazione generale...* si intende, in senso probabilistico su un insieme sufficientemente grande di caratteri e come base non di *previsione* su singoli dati assoluti, ma di *giudizio* sull'entità di essi, rispetto alla loro *norma*, in funzione di *un solo* grande *ordine di fattori* (determinante la grandezza del carattere), *comune a tutti* e di cui la legge studiata ne mette appunto in evidenza la portata.

Si comprende come il valore del fenomeno sperimentale che si va analizzando assumerebbe in tal modo un significato ancora più generale, ma nuove e più ampie ricerche sarebbero fondamentali al riguardo, sopratutto avendo già un risultato positivo nel saggio attuale. Ricerche molto suggestive potrebbero, ad esempio, essere condotte anche su individui la cui età ontogenetica è difficilmente rilevabile (a volte) se non attraverso opportune misurazioni somatiche, come per le Gregarine nel campo dei Protozoi. Si avrebbe così un punto fermo per la ricerca delle vere differenziazioni anche nel quadro ancora tanto oscuro, per certi aggruppamenti zoologici e per certe fasi ontogenetiche, sulle equazioni dell'accrescimento in coordinazione fra diversi caratteri o segmenti di porzione del soma.

I riferimenti all'entità demogenetica del gruppo: sui limiti di frattura della « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo.

In quanto precede è sempre implicitamente inteso che la legge di rapporto fra scarti individuali e grandezza dei segmenti presi in esame sussiste per gruppi di individui sufficientemente *numerosi* ed *omogenei* nel senso ontogenetico e sistematico.

Su questa omogeneità sistematica però è necessario un più attento esame.

Innanzitutto ci si riferisce ad aggruppamenti comparabili — grosso modo — *allo stesso livello sistematico*, secondariamente ad aggruppamenti di *livello intraspecifico*, in particolare, potremmo aggiungere, a razze.

Ma alcuni punti interrogativi ci si sono prospettati ben presto nel corso del lavoro:

— ripetendo la stessa analisi su gruppi appartenenti alle più svariate razze della stessa specie, si intende per gli stessi caratteri, si ottengono risultati sistematicamente diversi?

— che cosa accade se, sempre per gli stessi caratteri, si mescolano i suddetti diversi aggruppamenti di più razze e si tenta l'interpolazione sperimentale dei $\log \sigma$ sui $\log M$ corrispondenti?

— più in generale, ancora per gli stessi caratteri, che cosa è da prevedere che accada partendo dall'esame di un gruppo sufficientemente omogeneo e via via estendendo la ricerca a complessi di aggruppamenti più eterogenei, salendo cioè ad aggruppamenti maggiori nella scala dei livelli tassinomici e demogenetici?

— cosa rappresentano in senso sistematico i caratteri che danno luogo all'allineamento nel grafico generale finora studiato circa il rapporto fra $\log \sigma$ e $\log M$?

Per tentare ancora la via sperimentale ho preso in esame i seguenti nove segmenti corporei in più di 40 gruppi umani appartenenti alle razze più disparate:

A. larghezza del naso;
B. altezza del naso;
C. larghezza frontale minima;
D. altezza totale della faccia;
E. larghezza massima della faccia;
F. larghezza massima della testa;
G. lunghezza massima della testa;
H. statura seduta;
I. statura.

Nel grafico che conosciamo non si ottengono differenze razziali significative, nè nell'andamento generale dei valori, nè nel coefficiente angolare. La *costante* finora discussa si viene perciò confermando anche nel senso comparativo degli *aggruppamenti equigerarchici*, il che può aprire la via per importanti studi nel campo delle determinazioni sistematiche su base demogenetica.

Calcolato il comportamento medio di tutti i suddetti segmenti nei gruppi prescelti (e il procedimento è significativo dato il risultato ora riferito in corsivo) ho ottenuto:

$$\log M(\sigma) = 0{,}811 \log M' - 0{,}898$$

dove con $M(\sigma)$ indico la media dei σ di ciascun gruppo e con M' la media generale di tutte le corrispondenti medie parziali.

L'equazione — si può concludere — *è quella generale anche nella media dei gruppi.* Con la figura 5 si ha un'idea concreta dell'andamento dei valori sperimentali (nelle linee tratteggiate): dato il limitato numero dei segmenti prescelti e la prevalenza delle misure della testa (da A a G) non si può però ritrovare una perfetta linearità, mentre, per quanto si è detto in precedenza, sulle prime sette misure era da prevedere un andamento meno incli-

nato sull'asse delle ascisse. Ciò non perturba il valore del saggio che *non ha lo scopo di confermare la linearità* bensì di valutare le eventuali differenze di comportamento da gruppo a gruppo. Sull'insieme delle misure del resto il coefficiente angolare *b* rimane intorno alla sua *norma*.

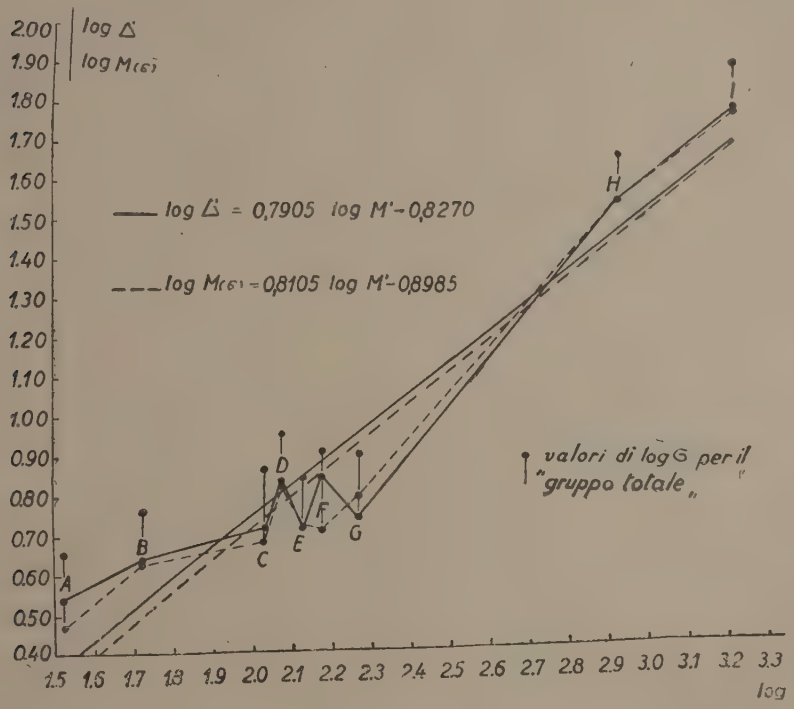


Fig. 5. — Distribuzione di log σ (medio) o di log Δ' (variabilità intergruppo) su log M' (media intergruppo sulle singole medie, M, di gruppo) per alcune dimensioni corporee del vivente (da A ad I) rilevate in più di 40 gruppi umani appartenenti alle razze più disparate.

Sostituendo agli scarti individuali (σ) una media di tutte le possibili differenze fra i gruppi in esame (con il Δ' o *differenza media intergruppo*) si ha:

$$\log \Delta' = 0{,}791 \quad \log M' - 0{,}827.$$

Questa equazione che si può dire *intergruppo* è ancora rappresentata, interpolando i nuovi dati sperimentali di Δ', nel grafico della fig. 5. Non vi è ancora nessun significativo mutamento rispetto ai dati *intergruppo* sul complesso dei segmenti corporei. In particolare solo la larghezza della testa (F)

presenta differenze di gruppo (nel Δ') relativamente molto grandi rispetto a quelle individuali tanto da costituire un buon elemento di differenziazione dei gruppi stessi, ma il fenomeno della relazione generale come finora è stato messo in evidenza non viene con ciò affatto perturbato.

Infine ho tentato ancora la mescolanza dei gruppi in un complesso unico per dimostrare che l'eterogeneità del materiale (entro certi limiti) può non variare la legge generale di relazione fra $\log\sigma$ e $\log M$. Mi limito a riportare ancora, nel grafico della fig. 5, i dati di $\log\sigma$ per il « gruppo totale ». Date le differenze con gli altri valori di Δ' e $M(\sigma)$ si vede chiaramente che anche in quest'ultimo caso l'interpolazione non può dare un andamento diverso della retta per cui il coefficiente b rimane sul livello solito di 0,8.

Nella tabella I riporto i dati essenziali di questo saggio (M', $M(\sigma_i)$, Δ', σ) dove è da precisare che il σ del « gruppo totale » sulla base di m gruppi, ma eliminando l'influenza del diverso numero di individui per ciascun gruppo, è dato da:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sigma_i^2}{m} + \frac{\sum_{i=1}^{m} (M_i - M')^2}{m}.$$

Precisati questi dati di fatto si può facilmente prevedere che, se si continuasse ad esaminare *gli stessi segmenti* corporei in gruppi sempre più ampi dal punto vista sistematico, si otterrebbe ad un certo momento una vera e propria « frattura » della legge di relazione finora studiata, ... della « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo. Il fenomeno evidentemente si deduce da una semplice incontroversa considerazione: se prendiamo un gruppo specifico e ci figuriamo le parti degli individui componenti armonicamente situate, in modo da rivelare un « tipo » nella specie, intorno al quale tutte le individualità aderiscono appunto in forza di determinate leggi naturali; al di fuori di quel « tipo », di quel gruppo specifico, avremo sempre qualche altra cosa, qualche altro « tipo », *indipendente dal primo per qualche elemento almeno, quello che è in realtà sufficiente per distruggere la linearità generale della relazione studiata.*

Tabella I. — *Alcune costanti statistiche sulla variabilità media in 43 gruppi umani appartenenti alle più disparate razze per nove segmenti corporei e della testa* (*media generale*: M'; *media dei sigma*: $M(\sigma_i)$; *differenza media intergruppo*: Δ'; *sigma del gruppo totale*: σ).

Caratteri	M	$M(\sigma_i)$	Δ'	σ
A	35,034	2,957	3,324	4,459
B	52,914	4,239	4,385	5,707
C	107,179	4,827	5,341	7,334
D	118,714	6,689	7,057	9,176
E	135,279	5,333	5,316	7,089
F	148,087	5,246	7.176	8,168
G	184,882	6,373	5,722	8,098
H	851,086	35,770	36,291	47,082
I	1639,538	60.308	62,481	82,726

Se ne deve dedurre l'importanza sistematica evidente nello studio dei *limiti* di frattura della « soglia » e della linearità stessa nella relazione suddetta, appunto per le possibilità metodologiche conseguenti nella individuazione degli aggruppamenti naturali e dei « tipi » morfologici corrispondenti.

Per quanto riguarda poi i caratteri studiati, la relativa valutazione ai fini della differenziazione sistematica dipenderà ancora dal loro comportamento rispetto alla regola generale di linearità del gruppo. Un esempio del genere si ha persino con i dati antropometrici che ho citati, dove la larghezza della testa (F) — come dicevo — è l'unico elemento di perturbazione limitato tanto da non cambiare la legge, nel passaggio da un gruppo singolo al gruppo sobolico totale, ma che denota appunto la sua relativa maggiore attitudine differenziatrice dei gruppi messi a confronto.

Ancora più in generale, infine, si può dire che, fino a quando sussiste nelle proporzioni corporee individuali un *qualche cosa* che giustifica la visione di un aggruppamento naturale (specie, genere, famiglia, ecc.), quel *qualche cosa* costituirà la legge di relazione nella « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo che è tipica del gruppo e oltre la quale si fa necessariamente un salto verso altre individualità: siamo in presenza degli *intervalli diacritici* che naturalmente distinguono fra loro gli aggruppamenti sistematici. *Distinguono* ... e non *separano* con un salto assoluto! Sul che sarà opportuno tornare, ma in un lavoro apposito.

Una conferma in coleotterologia [1]).

I dati sperimentali riferiti finora sono esclusivamente antropometrici, ma tutti i presupposti lasciavano prevedere una conferma in altri campi anche molto lontani, purchè si trattasse di segmenti corporei parziali e insieme anche dei segmenti massimi, come del resto si era chiarito anche in fase di impostazione teorica del problema. Infatti ho potuto al riguardo elaborare un materiale altamente significativo, sul *Carabus auratus*, in base a dati pubblicati da A. Porta nel 1902 e successivamente (1908-09) ripresi dal Kribs in Biometrika [2]), ottenendo risultati perfettamente simili a quelli antropometrici.

La rilevazione riguarda 84 maschi e 84 femmine, due gruppi che hanno dato i medesimi risultati ai fini proposti, per cui mi limito ora a riportare la sola documentazione dei dati maschili.

Nella tabella II sono riprodotti per singoli segmenti i valori medi, il *sigma*, il *coefficiente di variabilità percentuale (CVp)* e quello di variabilità relativa secondo la formula di approssimazione da me proposta.

$$CV = \frac{\sigma}{M^{0,8}}.$$

Nella figura 6, inoltre, con un grafico a doppio istogramma, su due scale graduate rispettivamente per il *CVp* ed il *CV*, si ha una precisa idea comparativa dei risultati dei due coefficienti, ed è interessante tener presente che il numero d'ordine dei caratteri (corrispondente alla tabella II), da 1 a 15, procede dalle misure medie più piccole alle più grandi e comprensive.

Secondo il semplice rapporto percentuale del *sigma* alla *media* (il coefficiente *CVp*) si dovrebbe concludere che le più grandi misure corporee sono assolutamente le meno variabili e viceversa le più piccole sono le più variabili!

Strano risultato che singolarmente concorda con quello in genere riscontrato per l'uomo. Strano risultato che — come abbiamo visto — è solo un gioco aritmetico e che scompare assolutamente, come regola generale, quando si passi a considerare i risultati del *CV*. Nella figura 6 infatti si vede come

---

[1]) I dati di questo paragrafo furono presentati preventivamente, nella seduta del 10 gennaio 1948, all'Accademia Naz. dei Lincei. Cfr. *Il rapporto armonico fra scarti individuali e grandezza media dei più diversi segmenti corporei. Una conferma sul « Carabus auratus »*. Rendiconti dell'Acc. Naz. Lincei, serie VIII, vol. IV, fasc. 2.

[2]) H. G. Kribs, Cfr. Biometrika, pag. 103, vol. VI, Cambridge, 1908-1909. I dati di Porta sono pubblicati nel Bull. Soc. Entomol. Ital., Anno 34, 1902.

i due coefficienti divergono in questi rapporti generali con la grandezza dei segmenti corporei che rappresentano, mentre nei ristretti limiti comparativi di caratteri contigui i risultati il più delle volte coincidono. Dunque, il proposito di trovare un coefficiente generale atto alla misura della variabilità indipendentemente dalla grandezza dei segmenti, sembra ancora una volta attraverso il *CV* perfettamente raggiunto. E dall'uomo al Carabo vi è un intervallo notevole!

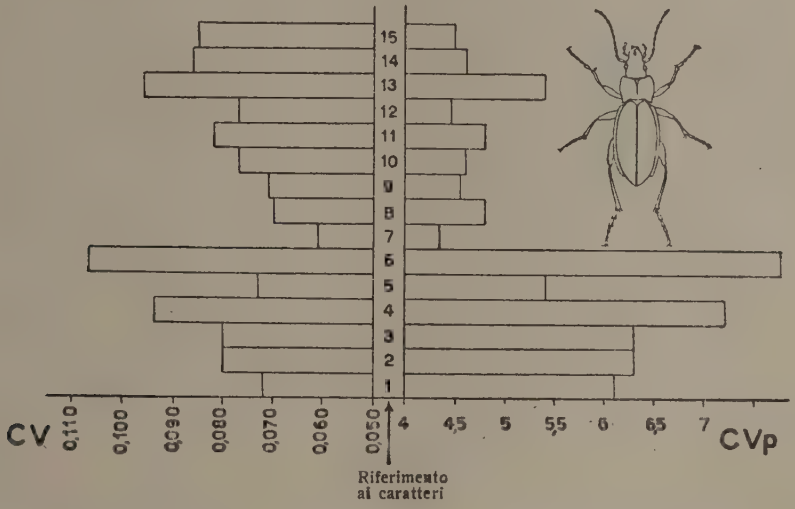


Fig. 6. — Coefficienti di variabilità confrontati reciprocamente nel doppio istogramma per 15 caratteri metrici rilevati su 84 maschi di *Carabus auratus*.

Ma vi è di più. Ho tentato anche per il Carabo una interpolazione dei $\log \sigma$ sui $\log M$ come appare nella figura 7. La funzione interpolatrice è:

$$\log \sigma = 0{,}839 \log M - 1{,}132.$$

I dati sperimentali mostrano un'aderenza perfetta all'andamento lineare e su un coefficiente angolare che è all'incirca il solito. Nello stesso grafico con una tratteggiata si vede il falso fondamento ipotetico secondo un coefficiente angolare uguale a uno e che spiegherebbe ancora una volta — se ve ne fosse bisogno — la natura delle divergenze fra *CVp* e *CV*. I piccoli segmenti, infatti, relativamente si elevano sulla tratteggiata mentre si abbassano i grandi da cui il fenomeno assurdo del *CVp* che darebbe come molto variabili i primi e poco i secondi; si intende *in media* e a parte la posizione secondo i fattori di variabilità intrinseca dei singoli caratteri.

TABELLA II. — *Medie e indici di variabilità per i singoli segmenti del* Carabus auratus *(su misure di* A. PORTA*) (gruppo di 84 maschi).*

Num. d'ord.	Caratteri	M	σ	CVp	CV
1	lunghezza dell'antenna alla 1ª articolaz.	2,063	0,128	6,10	0,072
2	larghezza della testa	3,152	0,199	6,30	0,080
3	lunghezza della mandibola	3,304	0,208	6,30	0,080
4	lunghezza della testa	3,750	0,270	7,20	0,094
5	lunghezza del protorace	4,589	0,248	5,40	0,073
6	lunghezza tarso zampa anteriore . . .	5,176	0,398	7,68	0,107
7	lungh. dalla 1ª alla 4ª articolaz. antenna	5,329	0,232	4,36	0,061
8	larghezza del protorace.	6,693	0,322	4,82	0,070
9	larghezza del corpo	8,994	0,410	4,56	0,071
10	lunghezza antenna	13,750	0,629	4,58	0,077
11	lunghezza elitra	14,411	0,693	4,80	0,082
12	lunghezza della zampa anteriore . . .	15,613	0,698	4,47	0,077
13	lunghezza della zampa mediana . . .	17,857	0,965	5,40	0,096
14	lunghezza del corpo	22,506	1,041	4,62	0,086
15	lunghezza della zampa posteriore . . .	24,423	1,099	4,51	0,085

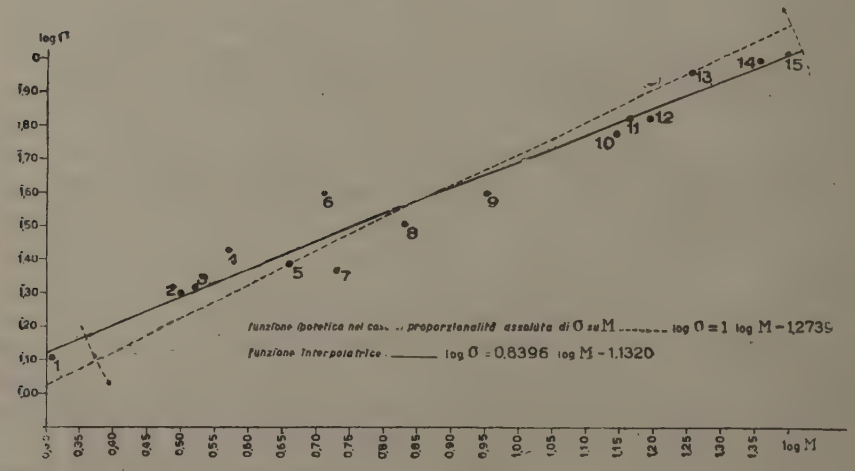


Fig. 7. — Distribuzione di log σ su log M per 15 misure lineari rilevate su 84 maschi di *Carabus auratus*.

Al coleotterologo diremo così, ad esempio, che la lunghezza totale dell'antenna nel *Carabus auratus* è molto più variabile della lunghezza del segmento dalla prima alla quarta articolazione nonostante che il *CVp* dia una molto piccola differenza. Ma gli esempi li può moltiplicare a piacere il lettore stesso.

Il dato fondamentale che, comunque, rimane per noi è *la linearità nella relazione log σ e log* M *e il rispettivo coefficiente angolare.*

È interessante, infine, un saggio per precisare, anche sugli stessi dati del *C. auratus* le possibili divergenze di variabilità dei caratteri nell'ipotesi che gli scostamenti individuali non seguano la funzione messa in evidenza rispetto ad *M,* ma quella di assoluta proporzionalità. Ho preso allo scopo i dati della lunghezza dell'antenna alla prima articolazione (carattere che per brevità indico con *A*) e della lunghezza della zampa posteriore (che indico con *B*). Sono le due misure estreme: la più piccola e la più grande rispettivamente.

Tabella III. — *Dati statistici di previsione della variabilità del carattere B tenendo costante il carattere A.*

		Dati reali.	Dati medi di previsione normale.		Dati di previsione B nell'ipotesi di proporzionalità assoluta degli scarti sulla media (M).
M	A	2,063	———		———
	B	24,423	———		———
σ	A	0,128	0,1355		———
	B	1,099	1,0795	⟶	1,6046
log M	A	0,3145	———		———
	B	1,3878	———		———
log σ	A	$\bar{1}$,10721	$\bar{1}$,13207		———
	B	0.04100	0,03320	⟶	0,20537
CVp.	A	6,10	6,57		———
	B	4,51	4,42	⟶	6,57

Nella tabella III riporto i dati sperimentali di *A* e di *B*, poi quelli che si sarebbero ottenuti (*medi di previsione*) se i valori di log σ nella figura 7 avessero portato i punti del 1° e del 15° segmento *sulla retta interpolatrice*, poi, ancora, quelli di previsione del segmento *B* nell'*ipotesi di proporzionalità assoluta* degli scarti alla media (*M*), partendo da *A*. Si vede facilmente come la variabilità del piccolo segmento *A* comporterebbe,

nell' ultima ipotesi di proporzionalità, per il *B* un *coefficiente percentuale (CVp)* anche di 6,57 e quindi non la conservazione del *sigma* sul livello di 1,0795 ma un aumento a 1,6046. In cifre percentuali è come dire che il *sigma* di *B* da 100 salirebbe a circa 150 con un aumento della metà. Ed è un aumento molto forte, tanto da cambiare — qualora si realizzasse — la consistenza omogenea del gruppo.

Ma una simile variabilità del segmento maggiore *B* non è in realtà compatibile, in media, con quella reale di *A* poichè non sussiste la legge di proporzionalità ipotetica fra σ ed *M* e — non dimentichiamolo — la correlazione massima fra gli elementi componenti il segmento maggiore (implicita nella stessa ipotesi teorica) non è compatibile con la realizzazione degli adattamenti alle individualità più disparate del gruppo. Perciò mi sono chiesto — continuando l'ipotesi — quale variabilità dovrebbe assumere il segmento *A* per essere ancora compatibile con la vita del gruppo in cui *B* presenti, in genere, il *sigma* come nel caso esposto di 1,604: una volta e mezza il suo valore reale. Ecco il risultato per *A*:

$\log\sigma$ da $\bar{1},132$ passerebbe a circa $\bar{1},35$
σ da 0,135 passerebbe a circa 0,224.

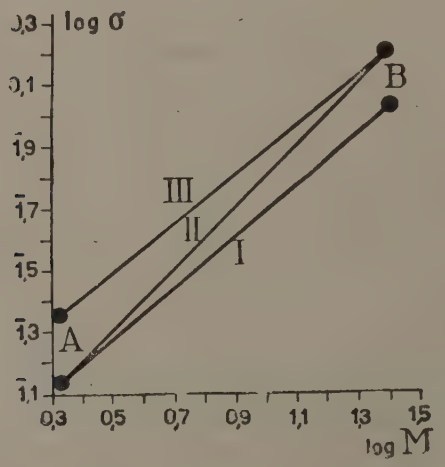


Fig. 8. — Figura schematica che rappresenta il comportamento di due caratteri del *C. auratus* (A e B) secondo le seguenti funzioni: I, retta dell'andamento generale *medio* dei log σ sui log M; II, retta implicita nell'ipotesi di proporzionalità assoluta del σ su M tenendo fermo A sui suoi valori originari; III, retta dell'andamento normale della funzione (con $b = 0,8$) che indica il posto di A nell'ipotesi di realizzazione del maggior valore di log σ in B.

In cifre percentuali salirebbe il σ da 100 a più di 165. Come si vede un aumento di variabilità che intaccherebbe ancora una volta e profondamente la omogeneità del gruppo con tutte le conseguenze nel campo sistematico. Per cui — concludiamo — la natura di ogni aggruppamento demogenetico in esame richiede sempre e *necessariamente* una stretta aderenza alla sua «soglia» di equilibrio individuale, perchè al di fuori di essa si distrugge ineluttabilmente la consistenza naturale dello stesso gruppo.

Nel caso particolare si può obbiettare che il segmento *A* non è parte del segmento *B*. Non importa, quando le cose si comportano come se lo fosse, secondo lo schema teorico generale. D'altra parte lo stesso ragionamento con altre cifre si può ripetere per *A*, che è parte dell'antenna, e la sua stessa lunghezza totale (10^a misura nella tabella II).

Il ragionamento si può poi schematizzare, secondo i dati finora riportati, come nella figura 8 dove vi sono, rispettivamente, le due possibilità di *A* e *B*. La retta I rappresenta l'andamento generale *medio* dei $\log \sigma$ sui $\log M$ come nella figura 7. La II rappresenta invece l'ipotesi di proporzionalità assoluta del σ su *M* tenendo fermo *A* sui suoi valori originari. La III lo andamento normale della funzione (con $b = 0{,}8$) che indica il posto di *A* nell'ipotesi di realizzazione del maggior valore di $\log \sigma$ in *B*.

III.

ESEMPI DI PRATICA APPLICAZIONE.

Limito gli esempi di applicazione, in questo lavoro, ai soli fini del giudizio di variabilità dei segmenti corporei, mentre più importanti saranno forse i contributi che se ne potranno ricavare direttamente per la metodologia della sistematica. Ma è quanto merita uno studio ulteriore più approfondito.

Su alcune misure encefaliche nell' uomo.

L'argomento della encefalometria secondo il metodo Kappers ha dato luogo ad un lavoro molto ampio che fa parte di un volume in corso di stampa [1]) ma ne ho già fatto cenno in una precedente memoria [2]). Qui lo cito soltanto come esempio di applicazione per il giudizio particolare nella misura relativa della variabilità. Con la figura 9 riproduco un grafico, fra i molti di detto lavoro, dove nel solito diagramma di $\log \sigma$ e $\log M$ sono

---

[1]) Cfr. A. Sacchetti, *Quali sono le porzioni più variabili dell' encefalo umano?* Ed. Einaudi, Torino, 1949.

[2]) Cfr. A. Sacchetti, *I problemi della variabilità dei caratteri.* Ed. Istituto Italiano di Antropologia, Roma, 1945.

tracciate tante parallele secondo un identico coefficiente angolare: il *b* uguale a 0,8. La posizioue di punti che abbiano un riferimento a determinati caratteri offre, già di per sè, evidentemente, una precisa misura relativa di variabilità qualora si paragoni, in altezza, rispetto alle dette parallele. Orbene, con le lettere da *A* ad *I*, riporto rispettivamente i massimi e i minimi di log σ per i 43 gruppi sulle misure che già conosciamo (i log *M*

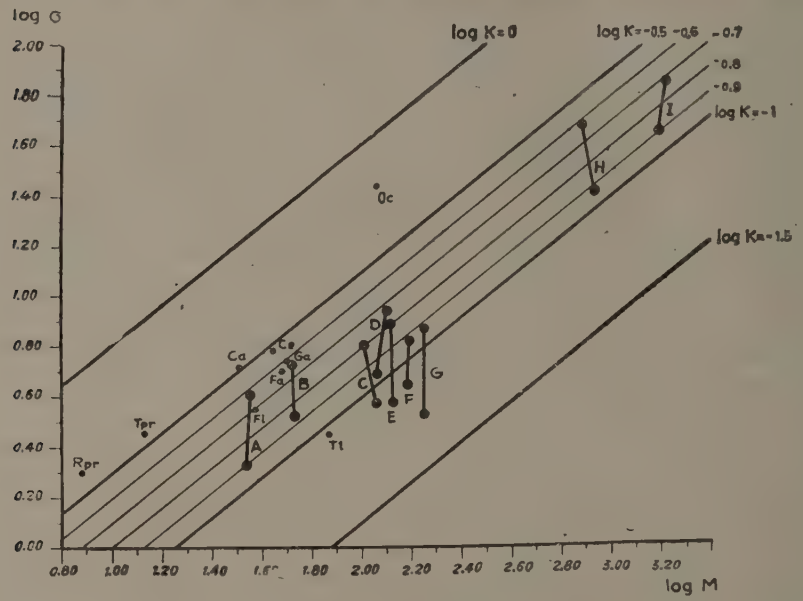


Fig. 9. — Distribuzione di log σ su log M per le 9 dimensioni corporee (da A ad I) della fig. 5 (ma vi sono i *massimi* e rispettivamente i *minimi* di log σ ottenuti nei 43 gruppi prescelti) e confronto con i dati corrispondenti di nove indici encefalometrici.

sono i corrispondenti ai gruppi prescelti); ma insieme, con i punti singoli, riporto i dati di nove indici encefalometrici. Si vede in particolare come solo uno di tali indici, il temporale *(Tl)*, presenta una relativa bassa variabilità, mentre tutti gli altri (è superflua in questa sede la citazione particolareggiata) sono enormemente variabili, tanto che in genere, come ho anche potuto dimostrare per altra via, *nel campo interrazziale non hanno nessun valore utile di discriminazione.*

Tale conclusione ha una notevole portata quando si pensi che per questa encefalometria alla Kappers si era parlato della necessità di una standardizzazione e se ne era auspicata una diffusione larga da parte di numerose scuole anche italiane. Ora una critica obbiettiva dei dati esistenti dimostra l'inutilità discriminatrice del metodo.

Su alcuni segmenti corporei nelle acciughe « Engraulis encrasicholus » del golfo di Catania.

I dati per questo rapido sguardo ad una specie di Acciughe del golfo di Catania sono rilevati da un ampio lavoro biometrico di F. Dulzetto [1]). Purtroppo poche sono le misure lineari di cui ci si può servire. Per esse comunque riporto i dati di log σ e log M nel grafico della figura 10 tenendo distinti i valori per il materiale raccolto nel Simeto e quello della Plaia.

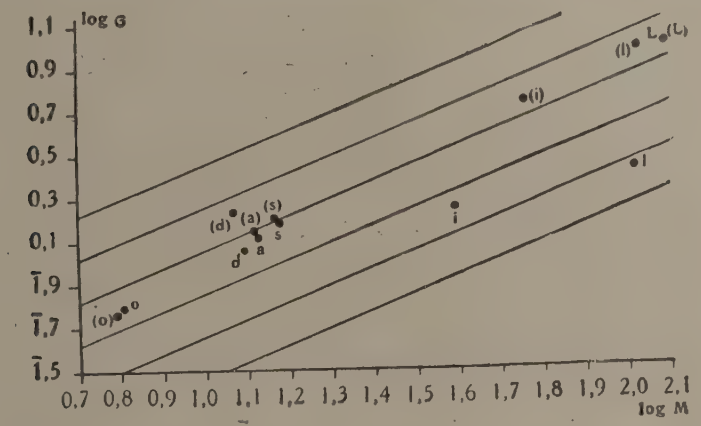


Fig. 10. — Distribuzione di log σ su log M fra alcune dimensioni somatiche di *Engraulis encrasicholus* su materiale raccolto rispettivamente nel Simeto e nella Plaia (sono tra parentesi i riferimenti) del Golfo di Catania.

Non ritengo che si possa tentare una interpretazione della differente variabilità dei segmenti messi a confronto, data la forte divergenza fra i risultati dei due gruppi, senza un ulteriore approfondimento del problema che non è ammissibile in questa sede. In generale però si nota un sufficiente indizio nell'andamento dei punti, sul grafico annesso, *il quale conferma la relazione nota* (secondo il solito coefficiente angolare di 0,8) *e non è* — almeno — *in contrasto con essa* se si confronta l'andamento delle parallele di base nello stesso grafico [2]): notevole al riguardo è l'andamento dei valori delle misure *o, a, s* ed *L* come della misura *i*, sia pure con il forte scarto

---

[1]) F. Dulzetto, *Su una particolare forma di Engraulis della Plaia di Catania e del Simeto.* Memorie della R. Acc. d'Italia, Cl. di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, vol. XI, 1940.

[2]) Il forte scarto di *l* (per il Simeto) andrebbe studiato particolarmente tanto più che nel materiale della Plaia non è confermato.

osservato sui due gruppi di individui e che si può anche spiegare trattandosi della lunghezza dell'intestino e non di una misura somatica esterna.

Sul giudizio relativo di variabilità nelle varie fasi dell' accrescimento.

Ho parlato più innanzi di una ipotesi molto probabile sull'andamento degli scarti individuali in funzione dell'accrescimento dei vari segmenti corporei.

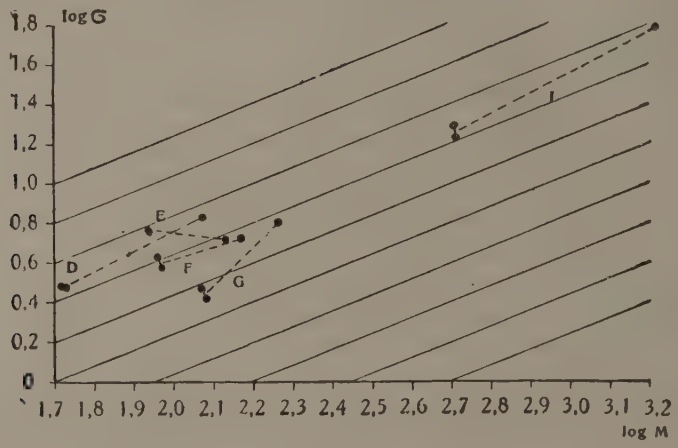


Fig. 11. — Distribuzione di log σ su log M per alcune misure somatiche rispettivamente rilevate nel *neonato* e nell'*adulto* (i dati di queste due fasi di vita individuale sono congiunti da una spezzata, quelli del neonato sono duplici perchè riferiti distintamente ai due sessi). Le parallele di sfondo del grafico rispettano sempre il coefficiente angolare medio di 0,8.

Riprendo qui i dati di alcune misure corporee sui neonati maschi e femmine di Zurigo (studiati dalla Kugler) e contemporaneamente sui miei 43 gruppi di adulti più volte citati. Li riprendo allo scopo di seguire, a titolo esemplificativo, il comportamento dei *singoli segmenti* dal neonato all'adulto. Nel grafico della figura 11 sono riportati i valori relativi dei suddetti neonati e degli adulti congiunti con una retta tratteggiata.

Nel complesso, date le premesse, ci si dovrebbe attendere una adesione dei risultati per ciascun segmento all'andamento delle parallele di base del grafico (con $b = 0{,}8$). Molte volte ciò accade, come ho mostrato con l'esempio delle misure *I*, *D* ed *F*, almeno tendenzialmente. Alcune volte invece è significativo lo scarto come appare per le misure *E* e *G* che sono rispettivamente, la larghezza della faccia e la lunghezza della testa. Che valore hanno questi scarti? Sono eccezioni alla regola?

Allo stato attuale delle ricerche si può ritenere profondamente significativo lo studio di tali scarti dalla supposta regola generale in quanto attribuibili alle varie fasi dell' accrescimento prese in considerazione. Essi divengono in questo senso altrettanti elementi di diagnosi sulla variabilità biologica dei caratteri nell' accrescimento. Mi spiego con l' esempio della lunghezza della testa (G): sono note le necessità meccaniche del parto per cui la testa del neonato deve sottostare proprio nel senso della lunghezza (che è la misura più grande!) ad una estensione massima determinata dall' ampiezza del bacino materno. Questi *limiti esterni* al soggetto, prima che intervenga la fase di assestamento delle ossa, nei mesi successivi alla nascita [1]), evidentemente *riducono* la naturale variabilità del segmento di lunghezza ed è appunto in tal senso che noi troviamo deviare dalla norma la tratteggiata di G nella figura 11 con un abbassamento in ordinate ($\log \sigma$) dei valori sui neonati. L' interpretazione si conferma, inoltre, osservando comparativamente i valori della larghezza della testa (F), la quale non essendo soggetta alle medesime azioni meccaniche surricordate permane sul normale andamento della relazione studiata dai neonati all' adulto. Pertanto mentre nell' adulto F e G sono su un linea parallela alle normali, nei neonati la lunghezza (G) ha un valore di variabilità, in ordinate, relativamente molto più basso della larghezza (F), da cui la vera natura biologica del fenomeno.

Noi diremo con ciò che non si tratta di casuali eccezioni alla regola ma di comportamenti a volte divergenti per fattori sistematici (diversi da carattere a carattere), i quali di volta in volta vanno approfonditi con lo studio appunto delle leggi di variabilità nell' accrescimento. E per questo è necessario conoscere il normale comportamento della relazione esistente fra $\log \sigma$ e $\log M$ nel senso finora esposto, quale contributo metodologico di base la cui imprescindibilità anche pratica è evidente.

IV.

CONCLUSIONI

Se si considera l' *individuo* in un equilibrio instabile rispetto a due ordini di forze — sulla *eredità* e rispettivamente l' *adattamento* alle sollecitazioni esterne o ambientali in senso lato — si dimostra come, almeno teoricamente, l' entità degli scarti individuali per ciascun carattere *(misura lineare di un segmento corporeo)* dalla rispettiva media di gruppo debba

---

[1]) Cfr. A. Sacchetti, *Le variazioni intra ed interrazziali dell' indice cefalico.* Rivista di Antropologia, vol. 34, 1942-1943. Inoltre vedere il lavoro eseguito dal Natoli secondo i miei principi su: *L' indice cefalico nei primi 30 mesi di vita.* Rivista di Antropologia, vol. 34, 1942-1943.

risultare variabile in funzione della stessa grandezza media dei segmenti considerati. Ma questa dipendenza si può prevedere anche nella sua natura statistica qualora si interpreti come una funzione la quale diverga per una *costante* da una supposta legge di *proporzionalità assoluta* fra scarti individuali (σ_i) di ciascun carattere e grandezza media (M_i) dei medesimi. Quest' ultima essendo solo valida nella ipotesi teorica, infondata, di una perfetta adesione dei singoli individui al « tipo » morfologico del gruppo di appartenenza. Poichè detta proporzionalità assoluta si esprime in forma logaritmica con una semplice *funzione lineare* e si può ritenere che essa non varia in effetti se non per il valore del suo *coefficiente angolare* (una costante) l' espressione generale è la seguente:

$$\log \sigma_i = b \log M_i \pm \log K$$

dove b è inferiore ad uno proprio in rapporto alla suddetta mancanza di proporzionalità assoluta fra σ_i ed M_i (per una costante in quanto non dipendente dalla grandezza di M_i) e insieme in rapporto alla mancanza di correlazione massima fra i segmenti corporei componenti il tutto.

Essendo stata sperimentalmente confermata la *funzione lineare* — con un precedente lavoro, almeno per l' uomo — ed avendo trovato il b (coeff. angolare) *inferiore ad uno* con una forte tendenza a concentrarsi intorno ad un dato valore costante empirico (sul quale non è il caso d' insistere non avendo *per se* alcun significato teorico) si è stati indotti a ritenere questo: *se realmente i dati aderiscono alla previsione con tanta significatività biometrica vuol dire che i fattori studiati per la generalità dei caratteri prevalgono nella determinazione del fenomeno, nonostante i fattori sistematici di perturbazione per ciascun carattere o categoria di caratteri.* Su tali fattori di perturbazione ho mostrato (con opportuni saggi) come siano basati gli studi sperimentali per la interpretazione della effettiva diversa variabilità reciproca dei caratteri, la quale solo può essere messa nella giusta evidenza conoscendo il normale generico rapporto fra σ_i ed M_i.

Non parlerei perciò in questi casi neppure di *eccezioni* alla regola, la quale, se sussiste, va attribuita all' insieme dei caratteri e non a ciascuno di essi, così come ho inteso di precisare nella premessa sul valore scientifico delle leggi.

Intravista così la possibilità di definire una legge generale di rapporto armonico fra le parti componenti del soma individuale, esprimibile in un rapporto tendenzialmente o probabilisticamente costante fra scarto individuale (σ_i) ed ampiezza media dei segmenti corporei (M_i), ho potuto attribuire ad essa — per le suddette premesse teoriche — il valore di una « soglia » di equilibrio instabile dell' individuo, considerato come « unità demogenetica », del gruppo, cioè, di appartenenza. E ho dimostrato infatti il significato sistematico di detta « soglia » in quanto i suoi limiti di « frat-

tura » corrispondono appunto ai limiti di ampiezza di ciascun livello tassinomico in senso lato. Ne consegue — credo — l'interesse del contributo ai fini di una auspicabile *metodologia della sistematica biologica.*

Saranno fondamentali, per questi studi, ulteriori ricerche sui gruppi più disparati almeno nel campo della zoologia; si è avuta comunque una singolare conferma ai dati accertati per l'uomo con l'analisi di varie misure somatiche nel *Carabus auratus.*

Per quanto riguarda l'*accrescimento* individuale i primi dati lasciano credere che la medesima legge di rapporto armonico sussiste fra σ_i ed M_i, dove M_i è variabile però, per lo stesso carattere, in funzione appunto dell'accrescimento.

Infine, le prime applicazioni pratiche dedotte dalla conoscenza della « soglia » nella funzione di dipendenza generale di σ_i da M_i riguardano una più organica trattazione degli elèmenti di giudizio sulla diversa variabilità dei caratteri (come nell'esempio sulle misure encefaliche), ma sono da prevedersi anche molto proficue quelle inerenti alla delimitazione dei complessi sistematici in base ai limiti di frattura della « soglia » (almeno nel senso concettuale della cognizione) e quelle sulle leggi di variabilità dei singoli caratteri nell'accrescimento ontogenetico.

Riassumendo:

I — In una necessaria premessa alla impostazione teorica del problema si dimostra come la conquista dei fatti nella Sistematica biologica debba effettuarsi con lo studio delle *leggi* di rapporto armonico fra le più diverse caratteristiche individuali e di gruppo. Ciò che porta al *riconoscimento* dell'ordine naturale degli esseri viventi il quale si estrinseca nelle cosiddette *leggi di polarità demogenetica.* Considerato inoltre l'*individuo* come soggetto a due diversi ordini di forze, ereditarie e ambientali, si è potuta prevedere la *funzione* di dipendenza della entità delle variazioni individuali dei singoli caratteri (segmenti di porzioni del soma) dalla rispettiva grandezza media.

II — Tale *funzione* — prevista solo nel primo capitolo sulla base di alcune semplici ipotesi teoriche — ha trovato una evidente conferma sperimentale su un ampio materiale umano e sembra potersi estendere anche allo studio delle leggi dell'accrescimento individuale. Il problema, considerato nell'ambito degli aggruppamenti sistematici di varia entità, ha dato luogo alla interpretazione generale della funzione studiata come « soglia » di equilibrio instabile dell'individuo, apportando in tal modo un contributo concettuale e pratico alla moderna metodologia demogenetica. Si chiude il capitolo con una conferma sperimentale nel campo della coleotterologia.

III — Gli esempi di pratica applicazione si riferiscono — per ora — alle nuove possibilità di giudizio sulla variabilità dei singoli caratteri in gruppi omogenei di individui o anche attraverso le età dell' accrescimento.

In sintesi si può dire che, prescindendo dal significato metodologico e pratico del lavoro, si è tentata innanzi tutto una rigorosa impostazione concettuale nella ricerca di una « invariante » biologica. Essa ha avuto le prime necessarie conferme sperimentali e rappresenta pertanto — se non altro e nonostante gli inevitabili errori — una linea di condotta teorica e di principio per le indagini future. Troppo spesso noi tendiamo alla ricerca di ciò che è individualmente più variabile, mentre tralasciamo le leggi armoniche invarianti della vita: quelle che perennemente intervengono perchè si realizzi l' ineluttabile finalità della sua essenza.

Il Metodo della tripla proiezione ortogonale e sua applicazione alla prospettiva lineare cilindrica

Nota del prof. **Mario Giovanardi**, *presentata dal socio corr.* **M. Pascal**

(Adunanza del dì 7 maggio 1949)

Sunto. — Nel primo capitolo si espongono i concetti principali del metodo di rappresentazione della Geometria Descrittiva che s'intitola « *Metodo della tripla proiezione ortogonale* » perchè si sono rappresentati gli enti geometrici fondamentali riferendoli a due piani, l'uno π orizzontale e l'altro χ inclinato, mediante tre proiezioni, di cui una ortogonale a π e le altre due ortogonali a χ. Nel secondo capitolo si applica tale metodo alla rappresentazione di alcune figure geometricamente definite, rappresentazione che si è denominata « *Prospettiva lineare cilindrica* ». Mentre il metodo della proiezione centrale, applicato alla determinazione della prospettiva lineare conica di una figura geometricamente definita, pur offrendo il modo come darci una idea chiara della figura rappresentata, presenta difficoltà nel farci ricavare le grandezze degli elementi che la costituiscono, il metodo della tripla proiezione ortogonale, applicato alla determinazione della prospettiva lineare cilindrica della medesima figura, riunisce due vantaggi: l'uno, di darci una concezione adeguata di questa, e l'altro, di farcene determinare con facilità le dimensioni.

CAPITOLO I.

Metodo della tripla proiezione ortogonale

§ 1. — *Generalità*

Consideriamo due piani, π e χ, il primo orizzontale, detto *geometrale* o *piano fondamentale*, l'altro inclinato, detto *quadro* (Fig. 1). La retta di intersezione dei due piani è detta *fondamentale* o *linea di terra* e la indichiamo con la lettera f. I piani π e χ dividono lo spazio in quattro regioni o diedri; denominiamo *primo diedro*, quello superiore di cui la sezione retta è un angolo ottuso, *secondo diedro*, quello superiore adiacente al primo, *terzo diedro*, quello opposto al primo, e *quarto diedro*, quello opposto al secondo. Immaginiamo l'osservatore disposto nel primo diedro. La fondamentale divide il geometrale in due semipiani detti rispettivamente *semipiano anteriore*, quello nella regione ove trovasi l'osservatore, e *semipiano posteriore*, l'altro; divide inoltre il quadro in due semipiani, di cui quello al di sopra del geometrale è detto *semipiano superiore*, l'altro, *semipiano inferiore*.

I due piani considerati sono gli elementi fondamentali del metodo di rappresentazione della Geometria Descrittiva, che andremo ad esporre, perchè riferiremo ad essi gli enti geometrici, punti, rette e piani. il cui insieme, come è noto, costuisce una figura.

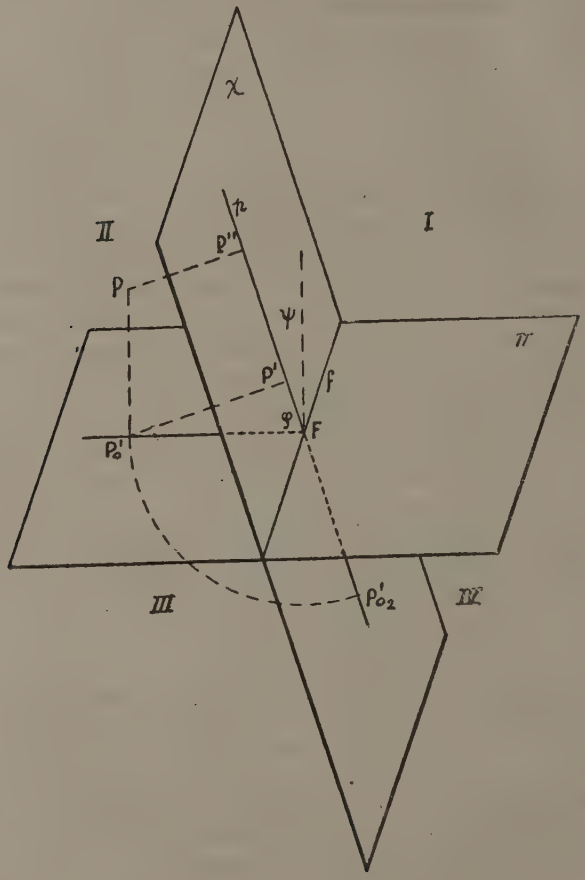


Fig. 1.

§ 2. — *Rappresentazione del punto.*

Sia P un punto dello spazio; lo si proietti ortogonalmente sul piano fondamentale e sul quadro, e siano P_0' e P'' le rispettive proiezioni, che chiameremo *prima e seconda proiezione* di P. Per passare dalla rappresentazione spaziale alla rappresentazione su un piano porteremo le due proiezioni del punto in uno stesso piano, sia questo il quadro χ. Proietteremo

quindi P_0' su χ; il punto P' ottenuto continueremo a denominarlo prima proiezione di P od anche *biproiezione* di P, usando tale vocabolo perchè esso è la proiezione di una proiezione. La coppia di punti P', P'' appartiene ad una retta perpendicolare alla fondamentale, detta *retta principale*, ed è atta ad individuare il punto P dello spazio; le rette congiungenti le coppie di punti rappresentatrici dei diversi punti dello spazio hanno quindi tutte la stessa direzione, che è detta *direzione principale*. I punti P' e P'' possono trovarsi da una stessa parte o da parti opposte rispetto alla fondamentale, secondo la posizione del punto obiettivo P rispetto ai piani di proiezione. Si osserva che per passare dal punto P alla sua coppia rappresentatrice P', P'' sul quadro occorre eseguire tre proiezioni, di cui una ortogonale a π e due ortogonali a χ, onde la denominazione che si è data al metodo di rappresentazione, cioè, *metodo della tripla proiezione ortogonale*.

La figura $PP_0'\ P'P''$, in generale, può essere un trapezio rettangolo o un quadrilatero intrecciato con due lati paralleli; anche ciò dipende dalla posizione del punto P rispetto ai piani di proiezione, essa appartiene al piano passante per P perpendicolare sia a π che a χ, e quindi alla f; tale piano è detto *piano di profilo*. Questo interseca i piani π e χ rispettivamente nelle rette $P_0'F$ e $P''F$, entrambe perpendicolari alla f.

Fermeremo la nostra attenzione sui punti appartenenti al secondo diedro perchè sono quelli che maggiormente ci interesseranno nell'applicazione del metodo alla rappresentazione di figure dello spazio, che considereremo disposte appunto in tale diedro. Detti punti avranno entrambe le proiezioni al di sopra della fondamentale. Per indicare che la coppia P', P'' rappresenta il punto obiettivo P, useremo la notazione $P \sim (P', P'')$, che si leggerà P rappresentato da P', P''.

Le lunghezze dei due segmenti $P\,P_0'$ e $P\,P''$, passanti per P e perpendicolari l'uno a π e l'altro a χ, indicano rispettivamente le distanze di P dal piano fondamentale e dal quadro, la prima delle quali è detta *quota*, la seconda, *distanza* del punto P.

Facciamo subire ai piani π e χ, rigidamente connessi fra loro, una rotazione intorno alla fondamentale f sino a disporre il quadro χ verticalmente è evidente che per ottenere ciò occorre eseguire una rotazione corrispondente all'angolo di $90^0 - \varphi$, avendo indicato con φ la sezione retta del secondo diedro, ovvero l'inclinazione di χ su π.

Il foglio di disegno rappresenta il quadro χ rotato nel modo anzidetto e la proiezione ortogonale del sistema piano π, e propriamente, tracciata in esso la fondamentale f, al di sopra di questa si ha sia il semipiano superiore che la proiezione del semipiano posteriore. Una sezione retta del secondo diedro, essendo contenuta in un piano di profilo, è proiettata in una retta perpendicolare alla fondamentale, e, ribaltata sul quadro, denota l'inclinazione di χ su π. Per individuare quindi il metodo di rappresentazione da

noi considerato occorre assegnare la linea fondamentale ed una sezione retta del secondo diedro ribaltata sul quadro (Fig. 2).

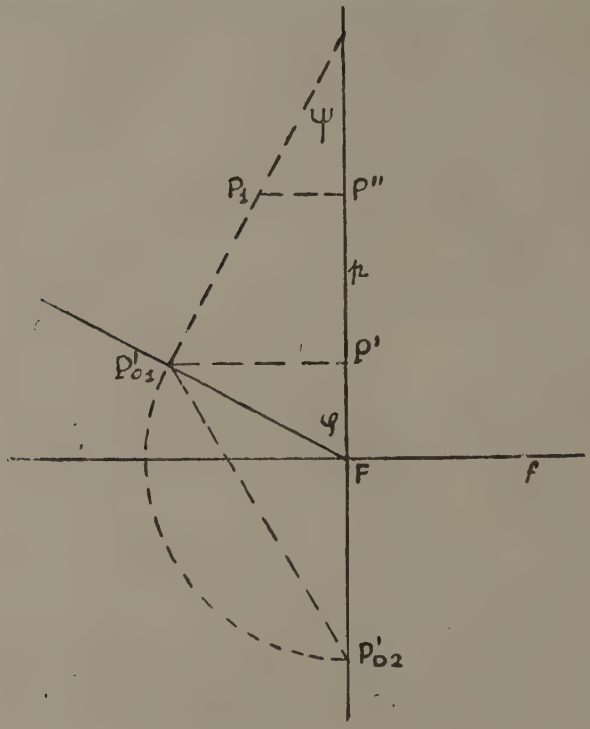


Fig. 2.

Consideriamo la coppia P', P'' rappresentatrice del punto P, sia F la intersezione della retta $P'P''$ con la fondamentale; ci proponiamo determinare sia la quota di P che la distanza di P dal quadro. All'uopo ribaltiamo sul quadro il piano di profilo condotto per P; l'intersezione i di esso con π si ribalterà in una delle due rette i_1 condotte per F ed inclinate a $P'P''$ dell'angolo φ, secondo che il ribaltamento si eseguirà in un senso o nell'altro. La retta $P'P''$ rappresenta l'intersezione di χ col piano di profilo passante per P. Conduciamo per P' la retta parallela a f sino ad incontrare la retta i_1, sia P_{01}' il punto ottenuto, che è il ribaltamento di P_0', proiezione ortogonale di P su π; nell'intersezione delle due rette, condotte l'una per P_{01}', perpendicolare alla i_1, e l'altra per P'', perpendicolare a $P'P''$ e quindi parallela alla f, si avrà P_1, ribaltamento del punto P obiettivo. La lunghezza del segmento $P_1 P_{01}'$ è la quota del punto P, mentre quella del segmento $P_1 P''$ denota la distanza di P dal quadro. È così provato che, fissati gli elementi fondamentali anzidetti, retta f ed angolo φ, ad ogni punto P dello spazio corrisponde in modo unico e determinato una coppia

di punti P', P'' del quadro χ, foglio di disegno, situata in una parallela alla direzione principale, e, reciprocamente, che ad ogni coppia di punti P', P'' del foglio di disegno situati in una parallela alla direzione principale corrisponde un punto unico e determinato dello spazio, cioè il punto P.

Un punto del piano fondamentale ha le proiezioni coincidenti. Un punto Q del quadro, rappresentato da Q', Q'', ha la seconda proiezione coincidente

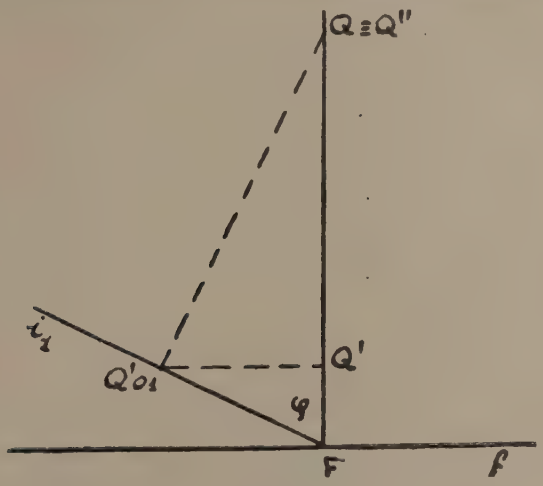


Fig. 3.

con sè stesso (Fig. 3) La coppia rappresentatrice di un punto appartenente al quadro è legata dalla seguente relazione metrica $\overline{Q''\,Q'} = \frac{h''}{k}$, essendosi indicata con h la quota del punto Q e con k la distanza della seconda proiezione di Q dalla fondamentale. Ciò risulta evidente per un teorema di Euclide, essendo il triangolo $Q''\,Q_0'\,F$ rettangolo, ove con Q_0' si è indicata la proiezione ortogonale di Q su π e con F il punto d'incontro della retta $Q'\,Q''$ con la fondamentale. Nella Fig. 3 il triangolo $Q''\,Q_0'\,F$, appartenente al piano di profilo condotto pel punto Q, si è ribaltato sul quadro; si è indicato con Q_{01}' il ribaltamento del punto Q_0'.

§ 3. — *Rappresentazione della retta.*

Una retta r è individuata da due suoi punti; le rette r' e r'', che congiungono rispettivamente le prime e le seconde proiezioni dei due punti, rappresentano la prima e la seconda proiezione della retta r, ovvero il luogo delle prime proiezioni e quello delle seconde proiezioni di tutti i punti della r. In altri termini r' e r'' denotano rispettivamente la proiezione ortogonale sul quadro dell'intersezione del piano fondamentale col piano ad esso perpendicolare condotto per r — *primo piano proiettante* r — e l'intersezione del qua-

dro col piano ad esso perpendicolare condotto per r — *secondo piano proiettante* r. Per indicare che la coppia r', r'' rappresenta la retta r, useremo la notazione $r \sim (r', r'')$, che si leggerà r rappresentata da r', r'' (Fig. 4).

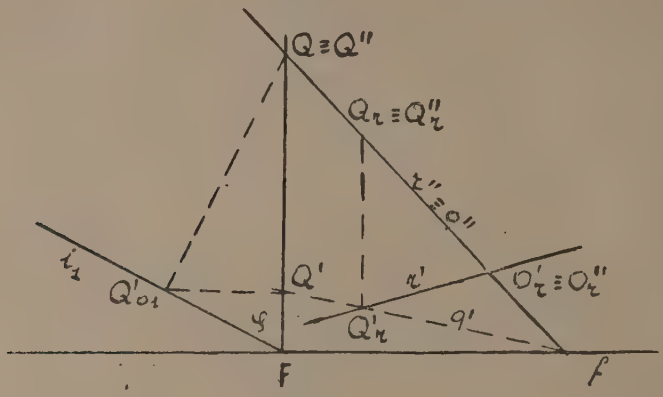


Fig. 4.

Denominiamo *prima traccia* o *traccia orizzontale* di una retta r il punto O_r in cui essa incontra il piano fondamentale; come tale è quindi rappresentato dal punto $O'_r \equiv O''_r$ comune alle due proiezioni di r. È evidente che l'insieme delle prime proiezioni e quello delle seconde proiezioni dei punti di una retta costituiscono due punteggiate prospettive simili col centro all'infinito nella direzione principale, innanzi definita. Le proiezioni della prima traccia sono coincidenti in un punto che è il punto unito della prospettività fra le due punteggiate r' e r''. Tale punto, pur essendo proiezione della prima traccia di r, continueremo a denominarlo semplicemente prima traccia di r.

Una retta q del quadro ha la seconda proiezione coincidente con sè stessa, la sua prima proiezione passa pel punto d'incontro della q con la fondamentale e per qualsiasi altro punto Q', biproiezione di un punto Q della retta q e quindi del quadro. Denominiamo *seconda traccia* di una retta r il punto Q_r in cui essa incontra il quadro, Q_r coincide con la sua seconda proiezione Q_r''. Per rappresentarla si determina il punto d'incontro della r con la retta q del quadro appartenente al secondo piano proiettante r, avremo quindi $q \equiv q'' \equiv r''$. Determinata all'uopo q', biproiezione di q, nella intersezione di q' con r' si avrà Q_r', biproiezione di Q_r, seconda traccia di r; infine nell'incontro della r'' con la retta principale condotta per Q_r' si avrà la seconda proiezione Q_r'' di Q_r, essendo $Q_r \equiv Q_r''$.

Risultano evidenti le seguenti rappresentazioni di alcune rette particolari.

Una retta del piano fondamentale ha le due proiezioni coincidenti.

Una retta parallella al piano fondamentale, detta anche *retta orizzontale*, ha le proiezioni parallele.

Una retta parallela al quadro, detta anche *retta di fronte*, ha la prima e la seconda proiezione rispettivamente parallele alla prima ed alla seconda proiezione di una retta del quadro.

Una retta parallela ad entrambi i piani di proiezione ha le proiezioni parallele alla fondamentale.

Una retta perpendicolare al piano fondamentale, detta anche *retta verticale*, ha per prima proiezione un punto e la seconda proiezione perpendicolare alla fondamentale.

Una retta perpendicolare al quadro ha la sua prima proiezione perpendicolare alla fondamentale e per seconda proiezione un punto.

Una retta appartenente ad un piano di profilo, detta anche *retta di profilo*, ha le proiezioni coincidenti in una retta perpendicolare alla fondamentale. Per individuarla occorre assegnare le proiezioni di due suoi punti.

§ 4. — *Rappresentazione del piano.*

Un piano è individuato o da due rette incidenti in un punto, che può essere proprio o improprio, o da un punto ed una retta che non si appartengono o da tre punti distinti non allineati. Nel primo di questi due ultimi casi, unendo il punto dato con un punto a distanza finita o infinita della retta data, si ha un'altra retta che con la precedente definisce un piano; nel secondo caso unendo uno dei tre punti dati con ciascuno degli altri due si hanno due rette che determinano un piano. La condizione necessaria e sufficiente affinchè due rette s'incontrino, e quindi determinino un piano, è che la congiungente i punti d'incontro delle proiezioni omonime sia perpendicolare alla fondamentale; se ciò non si verifica, le rette sono sghembe, cioè un piano per l'una non contiene l'altra.

La retta che congiunge le prime tracce di due rette appartenenti ad un piano α individua la *prima traccia* o *traccia orizzontale* di questo; essa, che indichiamo con o_α, ha le proiezioni coincidenti, $o_\alpha' \equiv o_\alpha''$. La proiezione di o_α continueremo a denominarla semplicemente prima traccia di α.

La retta che congiunge le seconde tracce di due rette appartenenti ad un piano α individua la *seconda traccia* di questo. Essa, che indichiamo con q_α, ha la seconda proiezione coincidente con sè stessa, $q_\alpha \equiv q_\alpha''$. Per determinare la biproiezione q'_α di q_α si procederà come si è detto innanzi, tenendo presente che q_α è una retta appartenente al quadro. È evidente che entrambe le tracce concorrono in uno stesso punto della fondamentale (Fig. 5).

Poichè sulla retta $o'_\alpha \equiv o_\alpha''$, prima traccia del piano α, concorrono entrambe le proiezioni di qualsiasi retta di esso, ed essendo inoltre le proiezioni di ogni punto di α allineate col punto improprio nella direzione

principale, ne risulta il teorema: *le proiezioni di un sistema piano, in generale, si corrispondono in una omologia affine avente per asse la prima traccia del piano del sistema ed il centro nella direzione principale.*

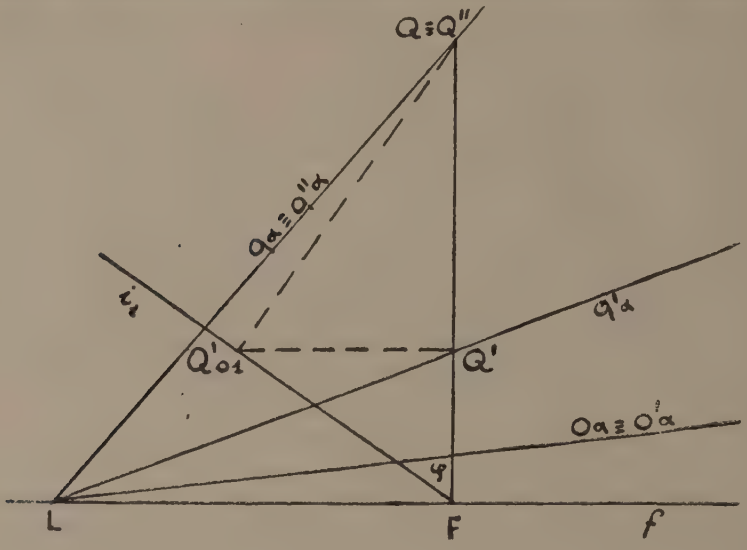


Fig. 5.

Un piano, dopo quanto si è detto, può essere rappresentato anche assegnandone le tracce.

Risultano evidenti le seguenti rappresentazioni di piani particolari.

Un piano parallelo al piano fondamentale, detto anche *piano orizzontale*, ha la prima traccia impropria, la seconda traccia è parallela alla fondamentale.

Un piano parallelo al quadro, detto anche *piano di fronte*, ha la prima traccia parallela alla fondamentale, la seconda traccia impropria.

Un piano parallelo alla fondamentale ha le tracce parallele alla fondamentale.

Un piano passante per la fondamentale *f* ha le tracce coincidenti con questa; per poterlo individuare occorre assegnare anche un suo punto non appartenente alla *f*.

Un piano perpendicolare al piano fondamentale, detto anche *piano verticale*, ha le proiezioni della sua prima traccia coincidenti con la prima proiezione della seconda traccia. La seconda proiezione di questa si determina facilmente, tenendo presente quanto si è detto innanzi circa la rappresentazione di una retta appartenente al quadro.

Un piano perpendicolare al quadro ha la seconda traccia $q_\alpha \equiv q_\alpha''$ coincidente con le proiezioni della prima traccia; la prima proiezione di q_α si determina nel solito modo.

Un piano di profilo, cioè perpendicolare tanto al piano fondamentale quanto al quadro, è definito da un suo punto $P \sim (P'\ P'')$; le sue tracce coincidono con la retta congiungente il punto P' con P''.

§ 5. — *Condizioni di appartenenza. Problemi grafici fondamentali.*

Se un punto appartiene ad una retta le sue due proiezioni appartengono alle proiezioni omonime della retta; fa eccezione il caso in cui la retta sia di profilo, essendo allora tali condizioni necessarie ma non sufficienti.

Se un retta r appartiene ad un piano di profilo, le sue due proiezioni coincidono in una retta $r' \equiv r''$ perpendicolare alla fondamentale, per verificare se un punto P, le cui due proiezioni stanno su questa ultima, le appartiene, occorre ribaltare sul quadro il piano di profilo, cui r appartiene; se il ribaltamento di P appartiene al ribaltamento della r, il punto P sta su r.

Perchè una retta appartenga ad un piano è necessario che incontri due rette del piano. Perciò se a e b sono due rette incidenti in un punto P che determinano il piano e r', r'' le proiezioni della retta data r appartenente ad esso, i punti M' e N' in cui la r' incontra le prime proiezioni a' e b' delle due rette a e b del piano devono stare rispettivamente su due perpendicolari alla fondamentale coi punti M'' e N'' in cui la seconda proiezione r'' della retta data incontra le seconde proiezioni a'' e b'' delle rette a e b.

Quando il piano dato è individuato dalle sue tracce le condizioni precedenti equivalgono a dire che le tracce della retta devono stare sulle tracce omonime del piano.

Condizione per l'appartenenza di un punto ad un piano è che per il punto passi una retta appartenente al piano.

Tenendo presenti le predette condizioni di appartenenza potremmo risolvere vari problemi concernenti ad esse, ne accenniamo qualcuno.

Data una delle proiezioni di una retta appartenente ad un piano, determinare l'altra.

Sia r' la prima proiezione di una retta r appartenente ad un piano α, individuato dalle due rette a e b incidenti in un punto P; dai punti M' e N' in cui essa incontra le prime proiezioni delle rette a e b di α si conducano le perpendicolari alla fondamentale; la congiungente i punti M'' e N'' in cui le dette perpendicolari incontrano le seconde proiezioni delle medesime rette di α, è la proiezione richiesta.

Data una delle proiezioni di un punto appartenente ad un piano, determinare l'altra.

Per la proiezione data di un punto P, supponiamo che sia la seconda, P'', si conduca una retta qualunque r'' e la si consideri come seconda proiezione di una retta appartenente al piano dato, come tale se ne trovi la prima proiezione r', il punto P' in cui la retta principale condotta per P'' incontra la r' è la prima proiezione cercata del punto P.

Punto d' incontro di un retta con un piano.

Sia r la retta data ed il piano assegnato sia determinato da due sue rette a, b incidenti in un punto P; si consideri il punto d' incontro della r con la retta del piano ab appartenente ad uno dei piani proiettanti r, esso sarà il punto cercato. Riferiamoci, per esempio, al primo piano proiettante r, considerando r', biproiezione della r, anche come biproiezione di una retta s appartenente al piano dato e, come tale, indicata con $s' \equiv r'$, se ne deduca la seconda proiezione s''. Il punto in cui s'' incontra r'' è la seconda proiezione I'' del punto cercato I; la biproiezione I' è determinata dalla intersezione della r' con la retta principale condotta per I''.

Retta intersezione di due piani.

Siano α e β i due piani dati, il primo determinato dalle rette a, b incidenti in un punto P e l'altro dalle rette c, d incidenti in un punto M; determinati, come nel problema precedente, i punti in cui le due rette di uno dei piani incontrano l' altro, la congiungente i due punti ottenuti è la intersezione cercata.

Se le rette che individuano i piani dati sono tali che non riesce facile

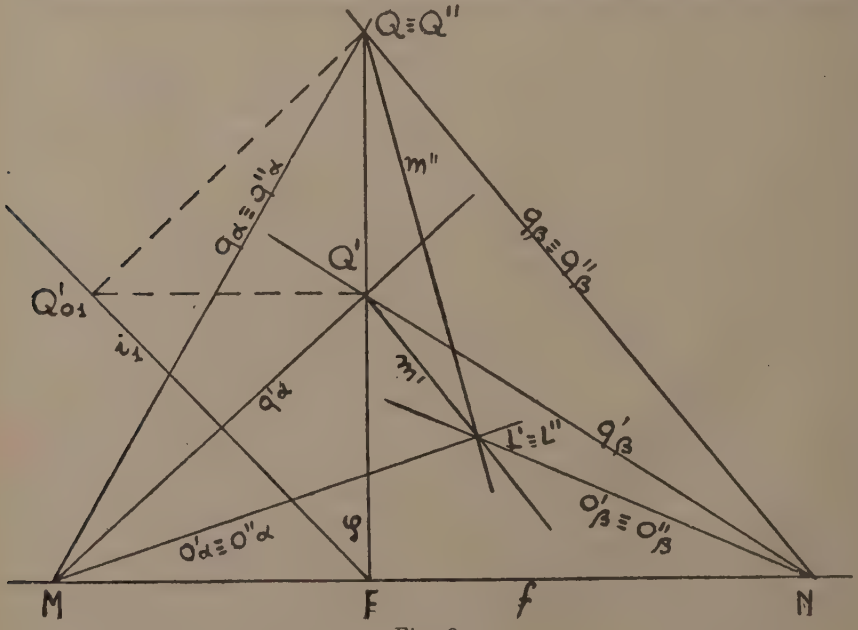


Fig. 6.

rappresentare i punti dove le due rette che determinano uno dei piani incontrano l'altro, perchè le proiezioni dei punti stessi capitano fuori del foglio di disegno, si potranno rappresentare nei due piani rette tali che facilitino la determinazione di tali punti facendo in modo che questi siano accessibili.

Se i piani fossero dati per mezzo delle tracce e queste si incontrassero

nel foglio di disegno, i punti in cui si intersecano le tracce omonime sono le tracce omonime della intersezione m cercata, la quale è così determinata (Fig. 6).

Se le tracce dei piani α e β considerati non s'incontrassero nel foglio di disegno, si ricorrerebbe a due piani ausiliari, che per semplificare le costruzioni si sceglierebbero paralleli fra loro. Determinando le intersezioni di tali piani con entrambi i piani assegnati, si ottengono due coppie di rette che coi loro incontri rispettivi determinano due punti della retta m intersezione di α e β.

Nella Fig. 7 si è considerato tale caso, come piani ausiliari si sono scelti due piani orizzontali, σ e τ. Le due coppie di rette orizzontali $r \quad (r', r'')$; $t \sim (t', t'')$ e $s \sim (s', s'')$; $u \sim (u', u'')$ sono le intersezioni rispettive dei piani σ

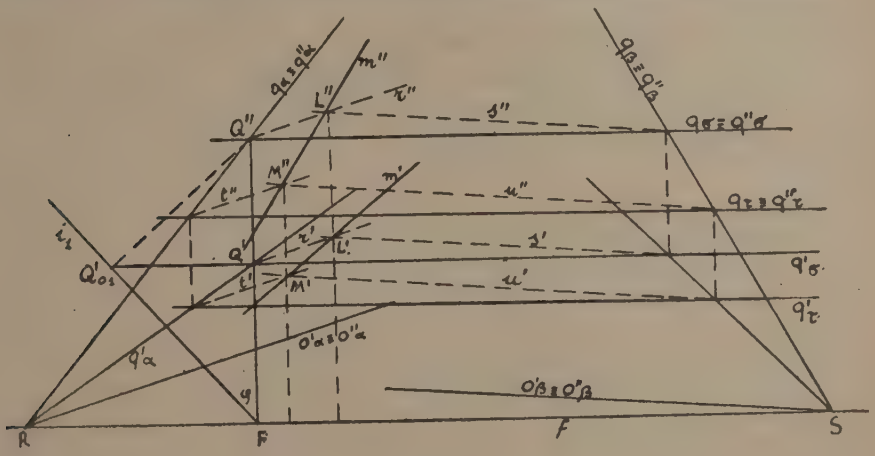


Fig. 7.

e τ coi piani α e β, e propriamente: $r \equiv \sigma\alpha$, $t \equiv \tau\alpha$, $s \equiv \sigma\beta$, $u \equiv \tau\beta$. I due punti, $L \sim (L', L'')$ e $M \sim (M', M'')$, di cui il primo comune a r e s e l'altro a t e u, individuano la retta $m \sim (m', m'')$, intersezione dei piani α e β.

§ 6. — *Condizioni di parallelismo.*

Si sa dalla Geometria Elementare che due rette sono parallele se due piani per l'una sono paralleli a due piani per l'altra retta; due piani sono paralleli se due rette dell'uno non parallele fra loro sono parallele a due rette dell'altro.

Condizione di parallelismo di due rette nel metodo della Geometria Descrittiva considerato è che le loro proiezioni omonime siano parallele. Vi è un caso di eccezione, quello in cui le due rette siano di profilo, in tal caso la condizione enunciata non è sufficiente. Per verificare se due rette di profilo

sono parallele occorre ribaltare sul quadro i piani di profilo che le contengono, se i ribaltamenti delle due rette risulteranno paralleli, le rette saranno parallele. Le rette potrebbero anche appartenere ad uno stesso piano di profilo.

Condizione di parallelismo di due piani è che siano parallele le loro tracce omonime. Vi è un caso di eccezione, quello in cui i due piani siano entrambi paralleli alla fondamentale. In tal caso la condizione di parallelismo fra le tracce non è sufficiente, occorrerà secare i piani con un altro piano, se le intersezioni ottenute saranno parallele, i piani saranno paralleli.

La condizione di parallelismo fra una retta ed un piano è che la retta sia parallela ad una retta del piano o anche che passi per essa un piano parallelo al piano considerato.

Premesse queste condizioni di parallelismo, potremo risolvere alcuni problemi.

Dati una retta ed un piano, verificare se la retta è parallela al piano.

Per un punto del piano dato α, e sia P, conduciamo la parallela s alla retta assegnata r e determiniamone una delle tracce, se questa apparterrà

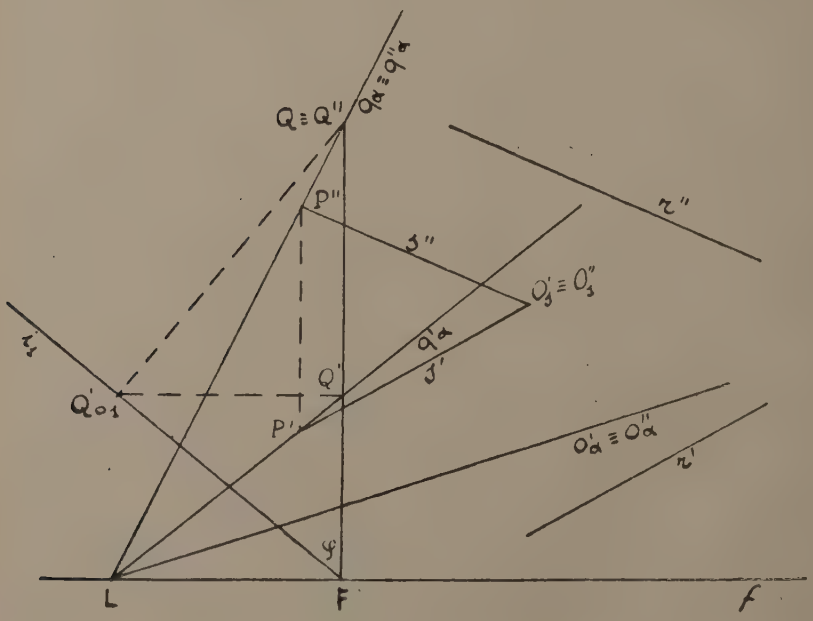


Fig. 8.

alla traccia omonima del piano, la retta s, avendo due punti appartenenti al piano, sarà in esso, quindi la retta r è parallela al piano α.

Nella Fig. 8 si è assegnato il piano α mediante le sue tracce $o_\alpha \sim (o'_\alpha, o''_\alpha)$ e $q_\alpha \sim (q'_\alpha, q''_\alpha)$. Scelto un punto $P \sim (P', P'')$ su q_α, per esso si è condotta

la retta $s \sim (s', s'')$ parallela alla retta data $r \sim (r', r'')$. Essendo risultata la prima traccia di s, $O_s \sim (O'_s \equiv O''_s)$, esterna a $o'_\alpha \equiv o''_\alpha$, la retta s è esterna al piano α, quindi, non esistendo in α una retta parallela alla r, questa non è parallela al piano stesso.

Dati un punto ed un piano che non si appartengono, condurre per il punto il piano parallelo al piano assegnato.

Se il piano è assegnato mediante due sue rette, basterà condurre per il punto le parallele alle rette che individuano il piano, esse determineranno il piano parallelo al piano dato.

Se il piano è assegnato mediante le sue tracce, si conduca per il punto la retta parallela ad una retta del piano e se ne determinino le tracce; le rette condotte per queste parallelamente alle tracce del piano individuano il piano cercato, essendone le tracce.

Nella Fig. 9, assegnato un piano α mediante le sue tracce $o_\alpha \sim (o'_\alpha, o''_\alpha)$ e

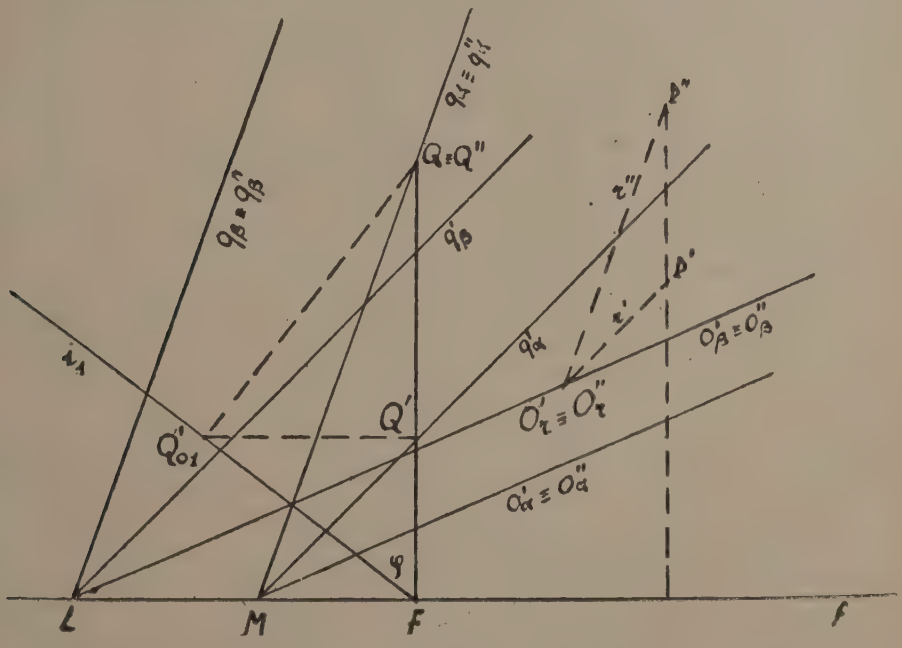


Fig. 9.

$q_\alpha \sim (q'_\alpha, q''_\alpha)$, si è condotto pel punto dato $P \sim (P', P'')$ la parallela $r \sim (r', r'')$ alla seconda traccia di α e se n'è determinata la prima traccia $O'_r \equiv O''_r$, la parallela condotta per questo punto a $o'_\alpha \equiv o''_\alpha$ rappresenta la prima traccia $o'_\beta \equiv o''_\beta$ del piano β parallelo a α. La rappresentazione della seconda traccia di β si è determinata conducendo pel punto d'incontro di o'_α con la fondamentale le rette q'_β e q''_β parallele rispettivamente a q'_α e q''_α.

§ 7. — *Ribaltamento del piano fondamentale.*

Ribaltando il piano fondamentale π sul quadro χ con una rotazione intorno alla fondamentale f in modo che il semipiano posteriore vada a coincidere col semipiano inferiore [1]), un punto P' appartenente al semipiano posteriore stesso si ribalterà sulla perpendicolare p alla f condotta per P', prima proiezione di P, nel punto P_2, al di sotto della f e distante da questa quanto l'ipotenusa di un triangolo rettangolo in cui un cateto è $P'F$, (avendo indicato con F l'intersezione di detta perpendicolare con f), e la lunghezza dell'altro cateto è eguale alla distanza del punto P dal quadro. Osservando il triangolo PFP_2, si nota che è isoscele; la retta PP_2, appartenente al piano di profilo condotto per P, è perpendicolare al piano bisettore del primo e del terzo diedro. Da P si passa a P_2 o mediante la rotazione anzidetta o mediante la proiezione nella direzione della perpendicolare ora citata; quindi potremo dire che P e P' sono punti corrispon-

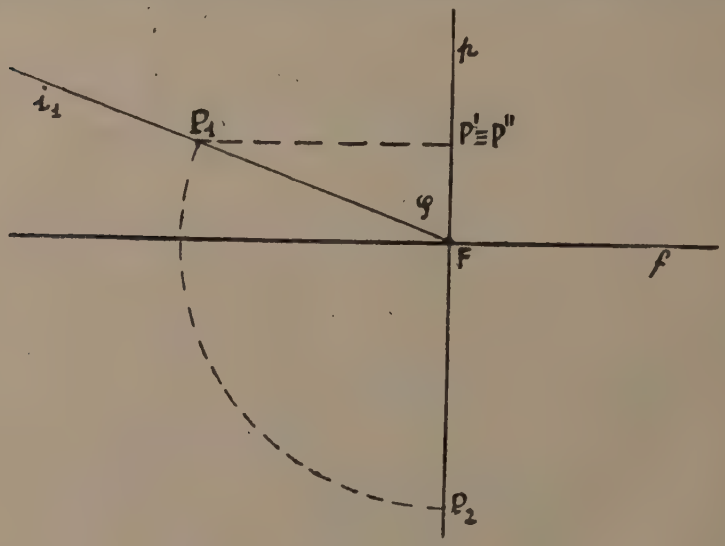


Fig. 10.

denti in una prospettività fra π e χ avente per centro il punto improprio nella direzione perpendicolare a χ; P e P_2 sono punti corrispondenti in una prospettività fra gli stessi piani π e χ avente per centro il punto improprio

[1]) Il ribaltamento del piano fondamentale π sul quadro χ può eseguirsi sia in un senso che nell'altro, secondo che si crederà più opportuno per evitare sovrapposizioni di costruzioni grafiche. Generalmente eseguiamo il ribaltamento in modo che il semipiano posteriore vada a coincidere col semipiano inferiore.

nella direzione perpendicolare al piano bisettore del primo e del terzo diedro. In entrambe le prospettività ne è asse la fondamentale.

Ribaltando sul quadro il piano di profilo condotto per il punto P, questo si ribalta in P_1, appartenente alla retta i_1, ribaltamento della intersezione del piano di profilo medesimo col piano fondamentale. Da P_1 si ottiene quindi P_2 staccando sulla retta principale p condotta per P' a partire da F ed al di sotto della f il segmento $FP_2 = FP_1$ (Fig. 10). Conseguentemente si ha che se noi consideriamo una figura Σ del piano π, la sua proiezione Σ' sul quadro

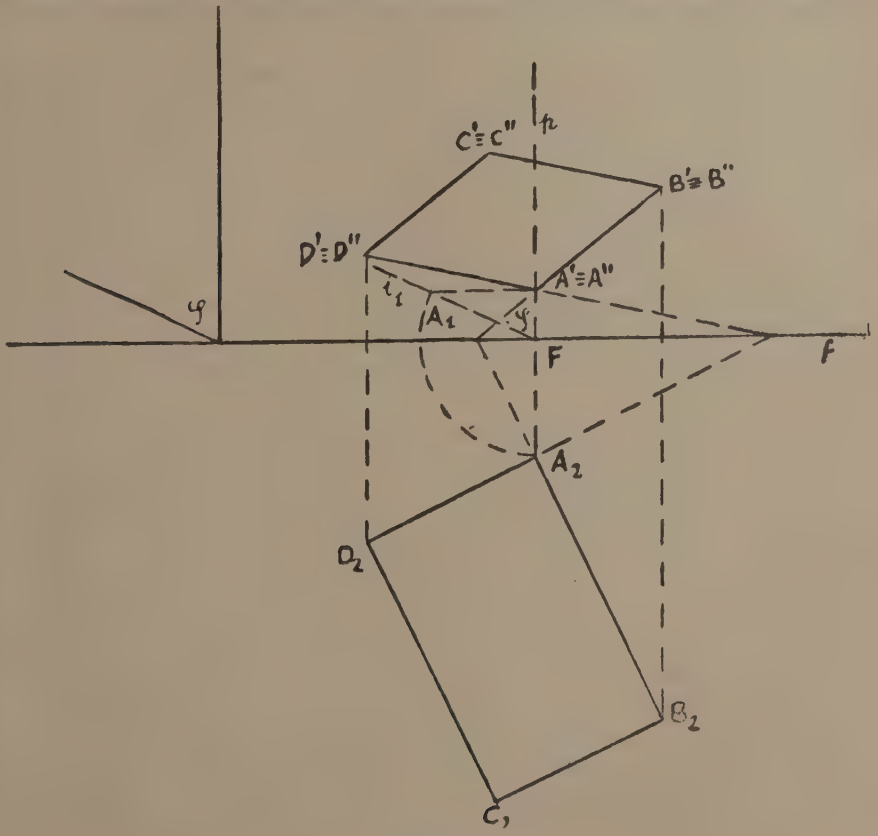


Fig. 11.

in direzione perpendicolare a questo ed il suo ribaltamento Σ_2 sul quadro medesimo, le due figure Σ' e Σ_2, entrambe prospettive a Σ, si corrispondono in una omologia affine ortogonale avente per asse la fondamentale f ed il centro improprio nella direzione principale.

Conoscendo quindi la vera grandezza di una figura del piano π ribaltata sul quadro, se ne determinano le proiezioni, che in tal caso sono coincidenti,

mediante l'omologia anzidetta, nella quale una coppia di punti corrispondenti si ottiene facilmente nel seguente modo.

Sia $A_2\ B_2\ C_2\ D_2$ il ribaltamento sul quadro di un rettangolo $ABCD$, appartenente al piano fondamentale (Fig. 11), di un vertice di esso, per esempio A, di cui A_2 è il ribaltamento, si determinano le proiezioni $A' \equiv A''$ sul quadro, considerando il piano di profilo condotto per A, il quale intersecherà il piano fondamentale secondo una retta i, che, ribaltando il piano di profilo stesso sul quadro, si ribalterà nella retta i_1, condotta per il punto F, intersezione del piano di profilo stesso con la fondamentale, ed inclinata alla retta principale p passante per A_2 dell'angolo φ, (essendo φ l'inclinazione di χ su π). Si faccia centro in F e con raggio eguale a FA_2 si descriva un arco di circonferenza sino ad intersecare la retta i_1, sia il punto A_1 l'intersezione ottenuta, per esso si conduca la parallela alla f sino ad incontrare la retta principale p; il punto d'incontro A' trovato rappresenta sia la prima che la seconda proiezione di A, la lunghezza del segmento $A_1\ A'$ denota la distanza di A dal quadro, A_2 e A' costituiscono la coppia di punti corrispondenti dell'omologia anzidetta, mediante la quale col noto procedimento si determinano le rette corrispondenti ai lati del rettangolo ribaltato e quindi le proiezioni $A'B'C'D' \equiv A''B''C''D''$ del rettangolo stesso.

Reciprocamente, se fossero assegnate le proiezioni coincidenti di una figura del piano fondamentale, operando inversamente, si otterrebbe il ribaltamento e quindi la vera forma e grandezza della figura stessa.

Se si considera un cerchio γ appartenente al piano fondamentale, si nota che le sue proiezioni coincidono in una ellisse, di cui il semiasse maggiore, parallelo alla fondamentale, è eguale al raggio r di γ e la lunghezza del semiasse minore, perpendicolare alla fondamentale, è eguale a $r \cdot \cos\varphi$, avendo indicato con φ l'angolo acuto formato da χ con π, ovvero l'inclinazione di χ su π.

§ 8. — *Ribaltamento di un piano perpendicolare al quadro.*

Sia il piano α assegnato mediante le sue tracce $q_\alpha \equiv q_\alpha'' \equiv o_\alpha' \equiv o_\alpha''$; ribaltando α sul quadro con una rotazione intorno alla q_α, un punto A di esso si ribalterà sulla perpendicolare a q_α'' condotta per A'', seconda proiezione di A, ad una distanza da q_α'' eguale alla distanza di A dal quadro, la quale sarà determinata ribaltando a sua volta sul quadro il piano di profilo passante per A. Ad un ribaltamento simile si ricorrerà per determinare la distanza fra due punti di cui sono assegnate le proiezioni. Il piano che si ribalterà in tal caso è il secondo piano proiettante la retta che congiunge i punti considerati.

§ 9. — *Ribaltamento di un piano generico.*

Sia un piano generico σ definito dalle due rette a e b incidenti nel punto P. Determinata la seconda traccia q_σ di esso, sarà da questa rappresentato l'asse intorno a cui dovrà rotare il piano σ per ribaltarsi sul quadro. Fra la seconda proiezione di una figura appartenente a σ ed il ribaltamento della figura stessa esiste una relazione di omologia affine ortogonale avente per asse la seconda traccia di σ. Perchè tale omologia sia completamente individuata occorre assegnare una coppia di punti corrispondenti, e ciò si ottiene costruendo il ribaltamento di un punto di σ, di cui si conoscano le proiezioni.

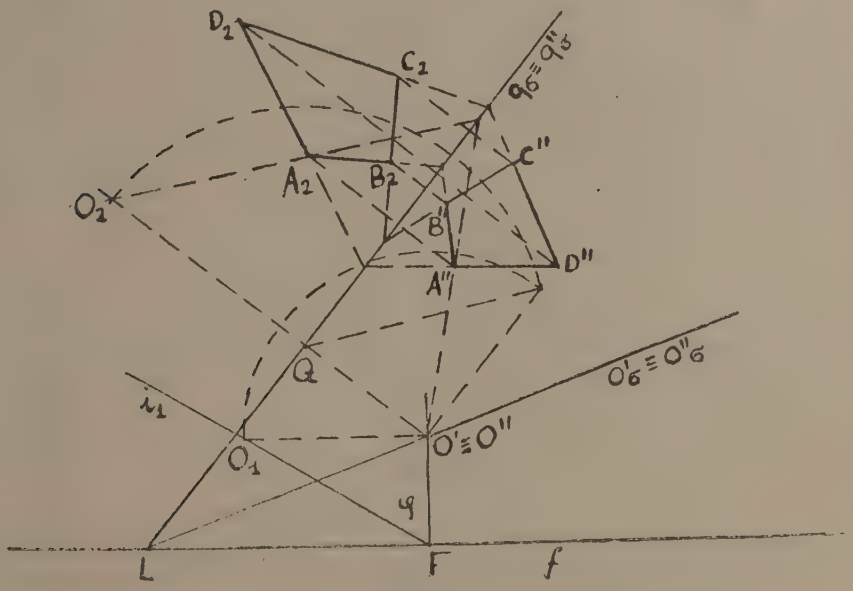


Fig. 12.

Nella Fig. 12 si è assegnata la seconda proiezione $A''\,B''\,C'\,D''$ di un quadrilatero $ABCD$ appartenente ad un piano σ, di cui le tracce sono $o_\sigma \sim (o'_\sigma \equiv o_\sigma'')$ e $q_\sigma \sim (q_\sigma', q_\sigma'' \equiv q_\sigma)$. Il ribaltamento del quadrilatero $ABCD$ si è ottenuto costruendo la figura $A_1 B_1 C_1 D_1$ omologica affine di $A''B''C''D''$ nell'affinità ortogonale avente per asse q_σ. Il ribaltamento di un punto P di σ, di cui si conoscono le proiezioni, si ottiene conducendo per la seconda proiezione P'' di esso la perpendicolare n'' a q_σ e staccando su n'' a partire dalla sua intersezione Q con q_σ un segmento eguale all'ipotenusa di un triangolo rettangolo in cui un cateto è $P''Q$ e la lunghezza dell'altro è eguale alla distanza di P dal quadro. Nella figura considerata abbiamo ribaltato un punto O appartenente alla prima traccia di σ. Ribaltato sul quadro il piano di profilo

condotto per O, si è determinata la distanza di O dal quadro, la quale è definita dal segmento $O'O_1$ parallelo alla f, avendo indicato rispettivamente con O' e O_1 la proiezione ed il ribaltamento di O sul quadro. Si è quindi tracciata la perpendicolare n'' a q_σ per $O'' \equiv O'$, seconda e prima proiezione di O, e, ottenuto il punto $Q \equiv n'' q_\sigma$, si è staccato su n'' a partire da Q il segmento QO_2 eguale all'ipotenusa di un triangolo rettangolo in cui un cateto è $O''Q$ e la lunghezza dell'altro è eguale alla distanza di O dal quadro. O'' e O_1 costituiscono la coppia di punti corrispondenti nell'omologia di ribaltamento considerata; riferendoci ad essa abbiamo determinato il quadrilatero $A_2 B_2 C_2 D_2$ corrispondente a $A'' B'' C'' D''$, ottenendo così la vera forma e grandezza del quadrilatero obiettivo $ABCD$. Si nota che nel ribaltare il piano σ sul quadro si è scelto come verso quello tale da evitare sovrapposizioni di figure. Operando inversamente, potremo di una figura del piano σ, della quale è assegnato il ribaltamento, considerando σ ribaltato sul quadro, ottenere la seconda proiezione mediante la predetta omologia di ribaltamento, e poi anche la prima proiezione mediante l'altra omologia affine avente per asse la prima traccia di σ ed il centro improprio nella direzione principale.

§ 10. — *Condizioni di perpendicolarità.*

È noto che un angolo retto si proietta ortogonalmente su un piano in un angolo retto se un lato è parallelo al piano di proiezione; se una retta è perpendicolare ad un piano la proiezione della retta e la traccia del piano

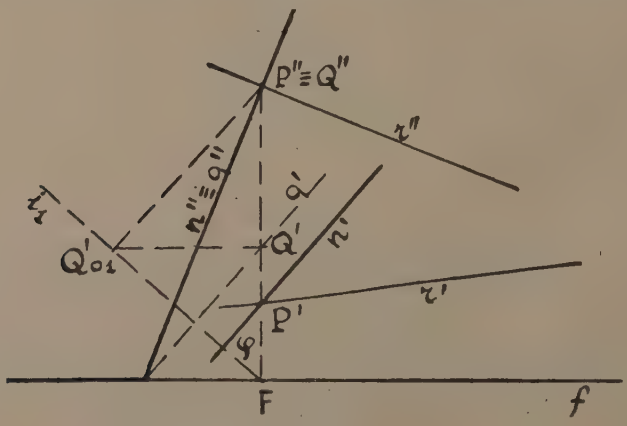


Fig. 13.

sul piano stesso sono perpendicolari fra loro. Due rette sono perpendicolari fra loro se per una di esse possiamo condurre un piano perpendicolare all'altra. Due piani sono perpendicolari fra loro se uno di essi contiene una retta perpendicolare all'altro.

Premesse queste condizioni di perpendicolarità fra gli enti geometrici fondamentali, potremo risolvere alcuni problemi.

Dati una retta r$\sim$(r′, r″) *ed un punto* P$\sim$(P′, P″), *appartenente ad essa, determinare la retta* n$\sim$(n′, n″) *condotta per* P, *parallela al quadro e perpendicolare alla* r (Fig. 13).

La seconda proiezione della n è la retta n'' condotta per P'' e perpendicolare alla r'', seconda proiezione della r, mentre la n', biproiezione della n, è parallela alla biproiezione q' di una retta q del quadro parallela alla n. Per semplificare le costruzioni si può scegliere come retta q del quadro quella coincidente con n'', appartenente, cioè, al secondo piano proiettante n. Ottenuta la q', la parallela ad essa condotta per P' è la n', biproiezione della n

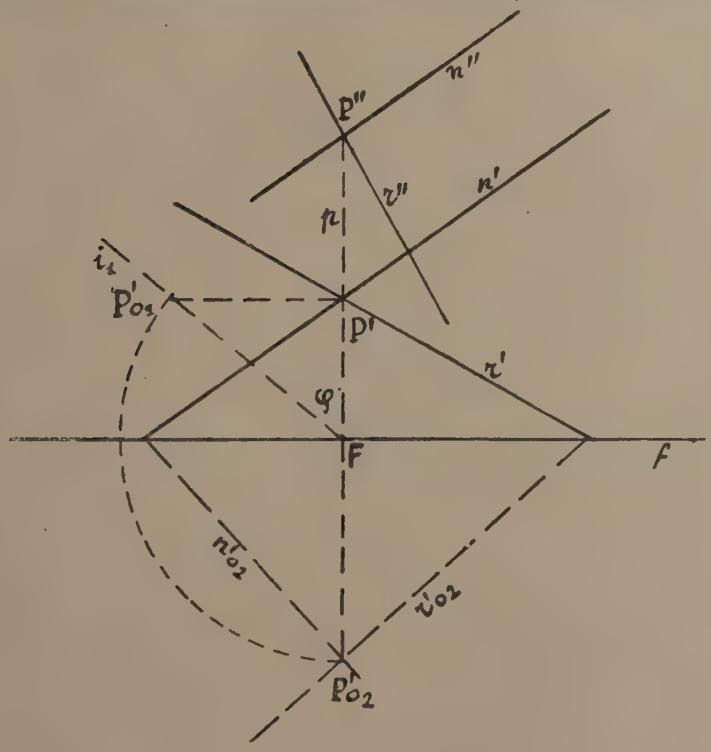


Fig. 14.

Dati una retta r$\sim$(r′, r″) *ed un punto* P$\sim$(P′, P″), *appartenente ad essa, determinare la retta* n$\sim$(n′, n″) *condotta per* P, *parallela al piano fondamentale e perpendicolare alla* r (Fig. 14).

La retta n si proietterà sul piano fondamentale nella retta n_0' perpendicolare alla retta r_0' condotta per P_0', essendo r_0' e P_0' rispettivamente le proiezioni ortogonali della r e di P su π, mentre gli angoli formati dalle

biproiezioni n' e r' saranno, in generale, non retti. Per determinare n', biproiezione della n, occorrerà ribaltare il piano fondamentale sul quadro e con esso la retta r_0', la retta r_{02}', ribaltamento di r_0', si ottiene mediante la relazione di omologia affine esistente fra la proiezione di una figura del geometrale ed il ribaltamento della figura stessa. Il punto P_0' pel quale passa la r_0' si ribalta sulla retta principale p condotta per P' ad una distanza dalla f eguale all'ipotenusa di un triangolo rettangolo in cui un cateto è $P'F$, (avendo indicato con F il punto pf), e la lunghezza dell'altro è eguale alla distanza di P_0' dal quadro. Quest'ultima si determina ribaltando il piano di profilo condotto per P sul quadro e con esso l'intersezione i del piano medesimo con π. Condotta per P' la parallela alla f sino ad incontrare la retta i_1, ribaltamento di i, il segmento compreso fra P' ed il punto P_{01}', in cui detta parallela

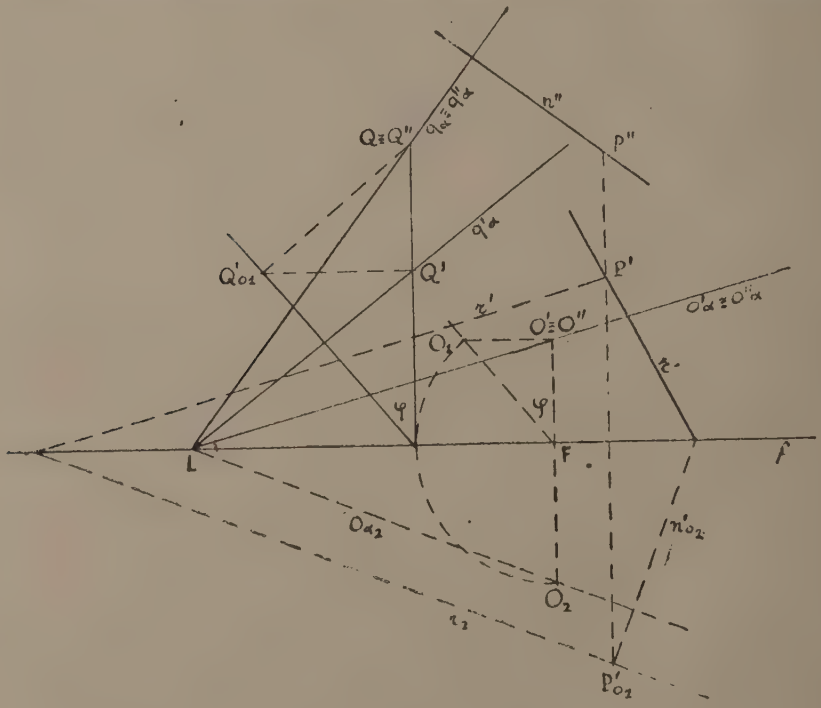


Fig. 15.

incontra i_1, indica la distanza di P_0' dal quadro. Il punto P_{02}', altro ribaltamento su χ di P_0', ottenuto ribaltando il piano fondamentale cui esso appartiene sul quadro, è determinato dall'intersezione della p con la circonferenza avente per centro F e per raggio FP_{01}'. La retta r_{02}', ribaltamento di r_0, si ottiene unendo il punto $r'f$ col punto P_{02}'; condotta per P_{02}' la retta n_{02}' perpendicolare alla r_{02}' e determinatane la corrispondente n' nell'omologia

affine anzidetta avente per punti omologhi P_{0_2}' e P', essa rappresenta la biproiezione richiesta della retta n. La seconda proiezione n'' della n è parallela alla n'.

Costruire la retta $\mathrm{n}\infty(\mathrm{n}', \mathrm{n}'')$ *passante per un punto dato* $\mathrm{P}\sim(\mathrm{P}', \mathrm{P}'')$ *e perpendicolare ad un piano* α *assegnato mediante le tracce* $o_\alpha \curvearrowleft (o_\alpha' \equiv o_\alpha'')$ *e* $q_\alpha \sim (q_\alpha', q_\alpha'')$. (Fig. 15).

La seconda proiezione n'' della n è la retta condotta per P'' perpendicolare a q_α''. La biproiezione n' della n si determina con procedimento analogo a quello indicato nel problema precedente. Ribaltato quindi il piano fondamentale π sul quadro e con esso la prima traccia o_α di α e la perpendicolare n_0' condotta a o_α pel punto P_0', proiezione ortogonale di P su π, mediante la nota relazione di omologia affine si determina n', corrispondente di n_{0_2}', avendo indicato con n_{0_2}' il ribaltamento della n_0'.

Determinando il punto I d'incontro della retta n col piano α, la lunghezza del segmento PI indica la distanza del punto P dal piano α. Il problema ricade in uno precedentemente accennato nel determinare, cioè, la distanza fra due punti di cui si conoscono le rispettive coppie rappresentatrici; tale distanza si ottiene ribaltando il secondo piano proiettante la retta che congiunge il punto P con I.

Se il punto P assegnato appartenesse ad una retta s, il piano sn avrebbe risolto il problema: *condurre per una retta data* s *il piano perpendicolare ad un piano dato* α.

Costruire il piano passante per un punto dato $\mathrm{P}\infty(\mathrm{P}', \mathrm{P}'')$ *e perpendicolare ad una retta data* $\mathrm{r}\sim(\mathrm{r}', \mathrm{r}'')$.

Potremo rappresentare tale piano mediante due rette a, b incidenti in P, entrambe perpendicolari alla retta r, delle quali l'una parallela al quadro e l'altra parallela al piano fondamentale. Le costruzioni a farsi sono identiche a quelle indicate precedentemente nei primi due problemi che ci siamo proposti sulla perpendicolarità.

Trovando il punto d'incontro I del piano ab con la retta r e congiungendolo con P si otterrà la retta PI che sarà la perpendicolare condotta per P alla r, la lunghezza del segmento PI indicherà la distanza del punto P dalla retta r.

§ 11. — *Relazione di antipolarità fra rette e piani perpendicolari fra loro.*

Le costruzioni inerenti alla rappresentazione di rette e piani perpendicolari fra loro si possono anche far dipendere dalla relazione di antipolarità rispetto ad un cerchio degli elementi punto e retta.

Premettiamo la seguente definizione. Si definisce *cerchio di distanza relativo ad un punto* il cerchio descritto nel quadro χ di centro la seconda proiezione del punto e di raggio eguale alla distanza del punto medesimo

dal quadro. È noto che la seconda traccia di un piano e la seconda traccia di una retta coincidono rispettivamente con le seconde proiezioni delle tracce stesse.

Si dimostra facilmente che fra la seconda traccia di una retta e quella di un piano condotti entrambi per un punto e perpendicolari fra loro esiste una relazione di antipolarità rispetto al cerchio di distanza γ relativo al punto stesso. Propriamente la seconda traccia della retta è l'antipolo della seconda traccia del piano rispetto a γ; la seconda traccia del piano è l'antipolare della seconda traccia della retta rispetto a γ.

Consideriamo un piano α ed il quadro χ (Fig. 16), indichiamo con q_α la seconda traccia di α. Per un punto P di α conduciamo la retta n perpen-

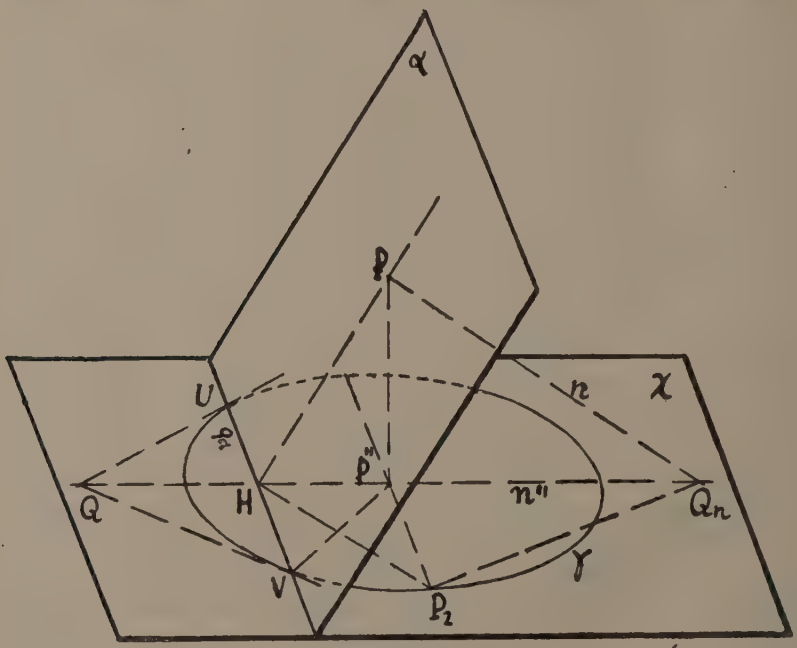


Fig. 16.

dicolare a α e sia Q_n la sua seconda traccia. Proiettiamo P ortogonalmente su χ, il punto P'' ottenuto rappresenta la seconda proiezione di P. Le due rette $P\,P''$ e n individuano un piano perpendicolare a q_α, il quale interseca il piano α nella retta PH perpendicolare a q_α, avendo indicato con H il punto d'incontro di tale retta con q_α; nel punto H evidentemente concorre anche la retta $Q_n\,P''$. Ribaltando il triangolo HPQ_n su χ, il punto P si ribalta in un punto P_2 del cerchio di distanza γ relativo a P e propriamente nella intersezione del cerchio medesimo con la retta condotta per P'' parallela a q_α. Dal triangolo rettangolo HP_2Q_n, denotando

con r il raggio del cerchio γ e tenendo conto del senso dei singoli segmenti di rette, per uno dei teoremi di EUCLIDE sui triangoli rettangoli si ha:

$$\overline{P''Q_n} \cdot \overline{P''H} = -\overline{P''P_2}^2 = -r^2. \qquad (1)$$

Indichiamo con U e V i punti di incontro di γ con q_α e conduciamo in essi le tangenti a γ; queste si incontrano nel punto Q, (appartenente alla retta $P''H$), che è il polo di q_α rispetto a γ. Congiungendo il punto V con P'' e considerando il triangolo rettangolo QVP'', per un altro teorema di EUCLIDE si ha:

$$\overline{VP''}^2 = \overline{P''H} \cdot \overline{P''Q}.$$

Essendo $VP'' = r$, si ha ancora:

$$r^2 = \overline{P''H} \cdot \overline{P''Q} \qquad (2)$$

che è la relazione metrica della polarità.

Confrontando la (1) e la (2), si ricava:

$$\overline{P''Q} = -\overline{P''Q_n}.$$

Il punto Q_n è quindi simmetrico di Q rispetto a P'', cioè è l'antipolo di q_α rispetto a γ.

Potremo quindi enunciare le condizioni di perpendicolarità fra retta e piano nel seguente modo:

Se una retta è perpendicolare ad un piano la sua seconda traccia è l'antipolo della seconda traccia del piano rispetto al cerchio di distanza relativo al punto d'incontro di essa col piano, e reciprocamente.

Se un piano è perpendicolare ad una retta la sua seconda traccia è l'antipolare della seconda traccia della retta rispetto al cerchio di distanza relativo al punto d'incontro di esso con la retta, e reciprocamente.

Risulta pertanto evidente che l'antipolare di un punto rispetto ad un cerchio è secante, tangente, esterna al cerchio secondo che il punto, (il suo antipolo), è esterno, sul cerchio, interno al cerchio.

Riassunte così le principali nozioni inerenti alle relazioni di antipolarità fra rette e piani perpendicolari fra loro, le applicheremo alle soluzioni di problemi analoghi trattati in differente modo nel precedente § 10.

Determinare la direzione delle perpendicolari ad un piano α assegnato mediante le tracce $o_\alpha \sim (o' \equiv o_\alpha'')$ *e* $q_\alpha \sim (q_\alpha', q_\alpha'')$ (Fig. 17).

Si consideri un punto O appartenente alla prima traccia di α e, come tale, rappresentato da $O' \equiv O''$ su $o_\alpha' \equiv o_\alpha''$, si conduca per O'' la retta n'

perpendicolare a q_α', essa rappresenta la seconda proiezione della perpendicolare n condotta pel punto O a α. Per costruire n', biproiezione della n, ci riferiamo alle condizioni di perpendicolarità innanzi citate; costruiamo all'uopo il cerchio di distanza relativo al punto O, il cui centro è $O' \equiv O''$ ed il cui raggio lo determiniamo ribaltando sul quadro il piano di profilo condotto per O. Indicando con i_1 il ribaltamento della interse-

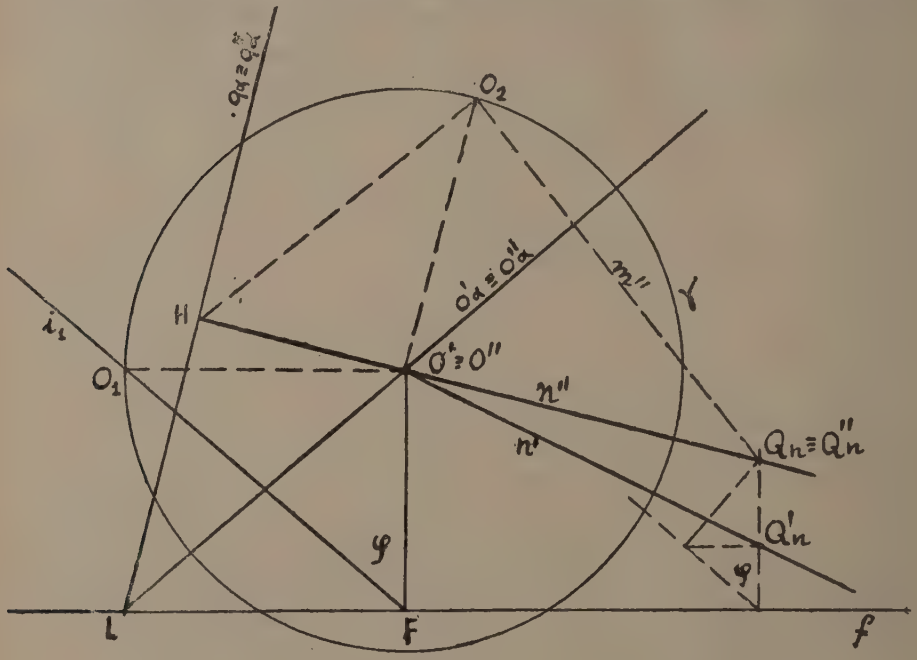


Fig. 17.

zione i di detto piano con π, la quale passa pel punto F in cui la retta principale condotta per O' interseca la fondamentale f, il segmento di retta parallela alla f compreso fra O' ed il punto O_1 di i_1 indica la distanza di O dal quadro. Il cerchio di centro O' e di raggio eguale a $O'O_1$ è il cerchio di distanza γ relativo al punto O. Costruito l'antipolo $Q'_n \equiv Q_n$ di q''_n rispetto a γ, da esso deduciamo Q_n', biproiezione di Q_n, punto del quadro; la retta n' congiungente O' con Q_n' è la biproiezione della retta n perpendicolare a α nel punto O.

L'antipolo Q_n'' si determina come segue. Si conduca per $O' \equiv O''$ la parallela a q_α'' e la si prolunghi sino ad incontrare il cerchio γ, sia O_2 uno dei due punti d'intersezione ottenuto, si tracci la retta congiungente O_2 col punto $H \equiv n'' q_\alpha''$ e le si conduca la perpendicolare m'' in O_2, il punto $Q_n'' \equiv m'' n''$ è l'antipolo richiesto.

Tutte le rette aventi la stessa direzione della n sono perpendicolari a α.

Volendo quindi rappresentare la perpendicolare al piano α condotta per un punto M generico rappresentato da M', M'', tracceremmo per M' e M'' le parallele m' e m'' rispettivamente alle rette n' e n'' innanzi determinate.

Determinare la giacitura dei piani perpendicolari ad una direzione assegnata d $\sim$ (d', d'') (Fig. 18).

Consideriamo un punto $O \sim (O', O'')$ del piano fondamentale non appartenente alla f e conduciamo per esso la parallela $n \sim (n', n'')$ alla d; determinata la seconda traccia $Q_n \equiv Q_n''$ della n, l'antipolare $q_\alpha \equiv q_\alpha''$ di Q_n ri-

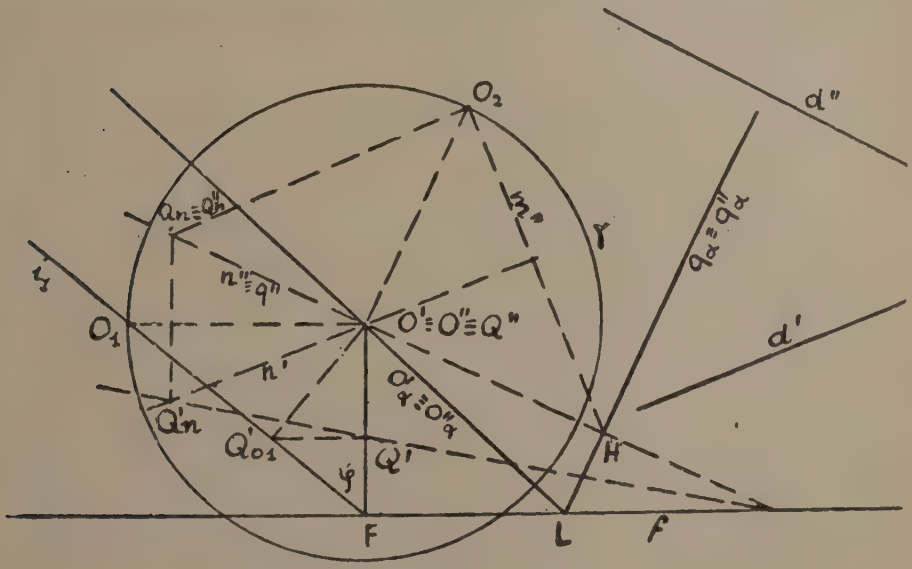


Fig. 18.

spetto al cerchio di distanza γ relativo al punto O è la seconda traccia del piano condotto per O e perpendicolare alla d. L'antipolare q_α si determina nel seguente modo. Si conduca per $O' \equiv O''$ la perpendicolare alla n'' sino ad incontrare il cerchio γ, sia O_2 uno dei due punti d'intersezione ottenuto; si tracci la retta congiungente O_2 con Q_n e le si conduca la perpendicolare m'' in O_2, la perpendicolare alla n'' condotta pel punto $H \equiv m''\, n''$ è l'antipolare richiesta q_α. Alla $q_\alpha \equiv q_\alpha''$ sono quindi parallele le seconde tracce di tutti i piani perpendicolari alla d. La q_α', biproiezione di q_α, si ricaverà nel solito modo.

Per determinare $o'_\alpha \equiv o''_\alpha$, prima e seconda proiezione della prima traccia del piano α, notiamo che essa deve concorrere con la q_α in uno stesso punto della fondamentale e passare inoltre per $O' \equiv O''$. Denotando

quindi con L il punto d'incontro di q_α con f, nella congiungente L con $O' \equiv O''$ si avrà la $o_\alpha' \equiv o_\alpha''$ richiesta.

Osservazione. Abbiamo creduto opportuno esporre i principali concetti di questo metodo di rappresentazione appunto perchè nella sua applicazione alla prospettiva lineare cilindrica, di cui ora parleremo, si ha occasione di ricorrere continuamente a costruzioni grafiche in esso esposte. Queste, pur ridotte alle più semplici, sono essenziali per la soluzione di qualsiasi questione che possa formare oggetto della Geometria Descrittiva, dandoci così agio, come si verifica in qualsiasi altro metodo di rappresentazione, di tradurre in disegno quella serie di operazioni geometriche da eseguirsi nello spazio e dipendenti dalla natura della questione stessa.

CAPITOLO II.

Prospettiva lineare cilindrica

§ — 1. *Generalità.*

Nella Geometria Descrittiva come il metodo della proiezione centrale è largamente applicato alla determinazione della prospettiva lineare conica di figure dello spazio geometricamente definite, così il metodo di rappresentazione ora accennato si applica alla determinazione della prospettiva lineare cilindrica delle figure medesime.

Si definisce *prospettiva lineare conica* di una figura la proiezione centrale di questa su un piano, detto *quadro*, da un punto proprio, che è il centro di vista di un osservatore. Le proiezioni di tutti i punti della figura sono comprese in una linea che è l'intersezione del quadro col cono circoscritto alla figura avente il vertice nel centro di vista, cioè la proiezione sul quadro della linea di contatto di detto cono con la figura, la quale linea separa la parte vista della figura stessa da quella non vista ed è detta *contorno apparente*. Il vertice del cono visivo, come è noto, è situato su una retta perpendicolare al quadro.

Se si immagina il quadro inclinato al piano fondamentale, su cui è disposta la figura da porre in prospettiva, possiamo avere la prospettiva cosiddetta dall'alto in basso o a volo d'uccello e quella dal basso in alto secondo che il quadro è inclinato in un senso o nell'altro, ovvero, (riferendoci alle generalità del Capitolo I), secondo che la sezione retta del secondo diedro formato da detti piani è un angolo acuto o un angolo ottuso.

Consideriamo la prospettiva a volo d'uccello ed immaginiamo che il vertice del cono visivo si allontani sino a coincidere col punto improprio nella direzione perpendicolare al quadro; in tal caso il cono circoscritto ad una figura dello spazio diventa un cilindro le cui generatrici sono perpendicolari al quadro stesso e la prospettiva di essa si denomina *prospettiva lineare cilindrica.*

Noi ci occuperemo esclusivamente della prospettiva cilindrica lineare o geometrica, la quale considera e rappresenta i soli elementi geometrici delle figure.

§ 2. — *Prospettiva di un punto del piano fondamentale.*

La prospettiva di un punto del piano fondamentale si determina o ribaltando questo sul quadro e con esso il punto stesso, ed indi determinandone la proiezione sul quadro, come si è accennato nel primo capitolo di questa nota, od anche nel seguente modo. Operando sul piano fondamentale (Fig. 19), si conduca per un punto A assegnato, appartenente al semipiano posteriore, il piano di profilo, il quale intersecherà il piano fonda-

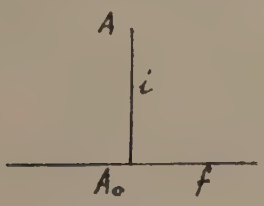


Fig. 19.

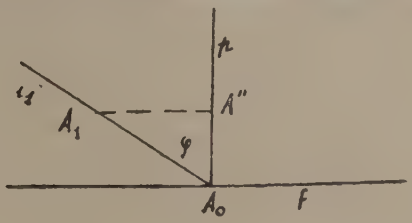


Fig. 20.

mentale nella retta i perpendicolare alla fondamentale f, il segmento AA_0 appartenente a i compreso fra A e f si proietterà ortogonalmente su χ nel segmento $A''A_0 = AA_0 \cdot \cos\varphi$, ove φ indica l'inclinazione del quadro sul piano fondamentale. Su un foglio a parte o separatamente sullo stesso foglio di disegno tracceremo una retta f (Fig. 20); considerando ora tale foglio come quadro χ della prospettiva e la f come fondamentale, segneremo su questa un punto, che continueremo ad indicare con A_0, onde riferirci alla costruzione anzidetta della Fig. 19, e condurremo per esso due rette, l'una p perpendicolare alla f e l'altra i_1 inclinata alla p dell'angolo φ. La retta i_1 la si consideri come ribaltamento sul quadro dell'intersezione del geometrale π col piano di profilo condotto per A, immaginando il quadro χ, che nella Fig. 19 interseca il piano π nella retta f, spostato sino a portare a coincidere la sua intersezione con π con la retta f della Fig. 20. Sulla retta i_1 a partire da A_0 al di sopra della f stacchiamo il segmento A_0A_1 eguale a A_0A, la parallela alla f condotta per A_1 determina con la sua intersezione con p il punto A'', proiezione ortogonale di A sul quadro, ovvero la prospettiva del punto A.

§ 3. — *Prospettiva di una figura del piano fondamentale.*

Sia da determinarsi la prospettiva del rettangolo $ABCD$ appartenente al piano fondamentale. Si determini la prospettiva A'' del punto A come si è detto innanzi, si prolunghino i lati AB e AD (Fig. 21) sino ad incon-

trare la fondamentale e siano T_1 e T_2 i punti d'intersezione ottenuti che porteremo nella Fig. 22, l'uno a destra e l'altro a sinistra di A_0, distanti da questo quanto nella Fig. 21. Si traccino le rette $T_1 A''$ e $T_2 A''$, a queste apparterranno rispettivamente le prospettive dei punti B e D; conduciamo pei punti B e D della Fig. 21 le perpendicolari alla fondamentale f ed in-

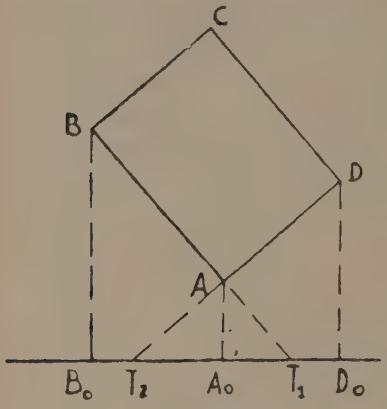


Fig. 21.

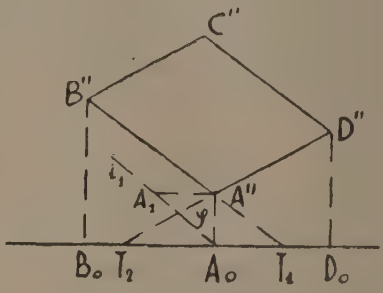


Fig. 22.

dichiamo con B_0 e D_0 le intersezioni rispettive di esse con f. Passando ora alla Fig. 22 trasportiamo in questa i punti B_0 e D_0 sulla retta f. disponendoli come nella Fig. 21; le perpendicolari alla f condotte per essi determinano con le loro intersezioni con le rette $T_1 A''$ e $T_2 A''$ i punti B'' e D'', prospettive dei punti B e D.

Il procedimento ora esposto ci permette anche di eseguire la prospettiva di una figura del piano fondamentale in una scala differente da quella della figura data, come risulta evidente.

La prospettiva del rettangolo anzidetto potevamo anche determinarla ribaltando il piano fondamentale sul quadro e considerando la nota relazione di omologia affine che esiste fra il ribaltamento e la proiezione di una figura appartenente al piano fondamentale.

§ 4. — *Prospettiva di un punto dello spazio.*

La prospettiva di un punto P dello spazio (Fig. 1) si determina conoscendone la sua proiezione ortogonale P_0' sul piano fondamentale π e la sua quota rispetto a questo, che è detta anche altezza. La prospettiva del punto P è la seconda proiezione di esso, ovvero l'estremo superiore P'' del segmento h'', prospettiva di h, essendo h il segmento perpendicolare a π condotto pel punto P_0', proiezione ortogonale di P su π, la cui lunghezza è eguale alla quota di P. Il segmento h'' passa per P', prospettiva di P_0'.

Risulta evidente che fra h, altezza obiettiva del punto P, e h'', altezza prospettica, vi è la seguente relazione: $h'' = h \cdot \cos(90° - \varphi)$, essendo φ l'in-

clinazione del quadro sul piano fondamentale. Il punto P'' si determina quindi ribaltando il piano di profilo α condotto per P e staccando verso l'alto sulla perpendicolare condotta per P'_{o_1}, (ribaltamento di P'_o), alla i_1, (ribaltamento della intersezione di α col piano fondamentale), il segmento $P'_{o_1} P_1$ la cui lunghezza è eguale alla quota del punto P (Fig. 2); la parallela alla fondamentale condotta per P_1 determina con la sua intersezione con la retta principale condotta per P' il punto P'', prospettiva del punto P considerato.

La lunghezza del segmento h'' può anche determinarsi staccando sulla i_1 a partire dal suo punto F d'incontro con la fondamentale un segmento eguale a h e proiettando ortogonalmente su f l'altro estremo del segmento stesso. Ciò è evidente perchè l'angolo formato dalla i_1 con la f è appunto eguale a $90° - \varphi$, il cui coseno è il rapporto di accorciamento di tutti i segmenti di rette perpendicolari al piano fondamentale.

§ 5. — *Prospettiva di figure nello spazio.*

Una figura dello spazio, geometricamente definita, di cui si vuole eseguire la prospettiva lineare cilindrica, generalmente si suppone collocata sul piano fondamentale o su un piano a questo parallelo. La proiezione ortogonale sul quadro di detta figura si considera come prospettiva lineare cilindrica di essa, che nel metodo di rappresentazione innanzi esposto corrisponde alla seconda proiezione della figura stessa.

È indifferente che il quadro stia oppur no fra la figura obiettiva e l'osservatore perchè, come è chiaro, la prospettiva non varia se si sposta il quadro parallelamente a sè stesso, risultando le prospettive, che si otterrebbero con tali spostamenti, equipollenti fra loro. È di notevole importanza la cosiddetta *orientazione* del quadro rispetto alla figura, comprendendosi in questa denominazione anche l'inclinazione di esso sul piano su cui poggia la figura. Non è possibile dare norme precise circa tale orientazione perchè queste varieranno secondo gli scopi cui mira il disegno di prospettiva della figura da noi considerata, dovendosi cercare in ogni caso di ottenere una prospettiva soddisfacente col rendere ben chiare quelle parti della figura stessa che si desiderano porre maggiormente in evidenza.

Data la pianta della figura, cioè la proiezione ortogonale della figura sul piano fondamentale π, segneremo opportunamente la retta f, intersezione del quadro χ con lo stesso piano π, cioè la fondamentale, assegnando anche l'angolo d'inclinazione di χ su π, ed eseguiremo quindi sullo stesso foglio di disegno, o su un foglio a parte, le costruzioni grafiche inerenti alla determinazione della prospettiva della pianta medesima. Ricadremo così nel problema già trattato circa la esecuzione della prospettiva di una figura appartenente al piano fondamentale.

Indi, conoscendo di ogni punto della figura la proiezione ortogonale sul

piano fondamentale e la quota rispetto a questo, sarà semplice costruirne la prospettiva applicando il procedimento indicato al § 4 del Capitolo II.

Riesce opportuno disporre la pianta della figura considerata nel semipiano posteriore, avendosi così la prospettiva di essa al di sopra della fondamentale, ed eseguire il ribaltamento del piano fondamentale sul quadro in modo che il semipiano posteriore vada a coincidere col semipiano inferiore; in tal modo il ribaltamento della pianta si avrà al di sotto della fondamentale e si eviteranno sovrapposizioni di costruzioni grafiche inerenti a proiezione e ribaltamento, risultando queste ben distinte fra loro.

§ 6. — *Prospettiva di poliedri, di coni e di cilindri.*

Le prospettive di piramidi, di prismi, di coni e di cilindri si eseguiranno supponendo assegnate le sezioni prodotte in detti solidi da piani non passanti pei vertici, nel caso in cui si tratti di piramidi e di coni, e da piani non paralleli agli spigoli laterali od alle generatrici, nel caso in cui si tratti di prismi o di cilindri. Generalmente si assegneranno le sezioni di essi col piano fondamentale o con un piano a questo parallelo.

Per eseguire la prospettiva di qualsiasi altro poliedro, assegnate le condizioni che ne determinano i vertici, si disegneranno le prime e le seconde proiezioni di questi e si congiungeranno ordinatamente secondo la natura del poliedro considerato; le congiungenti ottenute rappresentano le prime e le seconde proiezioni degli spigoli del poliedro medesimo. La seconda proiezione del poliedro si considera come prospettiva di esso.

La fig. 23 rappresenta la prospettiva con le ombre relative di un prisma retto a base quadrata poggiato sul piano fondamentale. Ribaltato questo sul quadro e con esso la base inferiore $ABCD$ del prisma, si è determinata la prospettiva della base medesima. Per determinare la prospettiva della base superiore $EIMN$ si è considerato un vertice di questa e propriamente quello appartenente allo spigolo verticale condotto pel vertice A della base inferiore. Essendo assegnata l'altezza obiettiva del prisma, si è determinata l'altezza prospettica $A''E''$ sulla prospettiva dello spigolo medesimo nel seguente modo. Sulla retta i_1, (intersezione ribaltata del piano fondamentale col piano di profilo condotto per A), che si è ottenuta ribaltando il piano di profilo medesimo sul quadro, si è staccato a partire dal punto $fi_1 \equiv F$ al di sopra della fondamentale il segmento FH_1 eguale all'altezza obiettiva del prisma e si è proiettato ortogonalmente su f. Il segmento FH_0 così ottenuto, che è eguale a $FH_1 \cdot \cos(90° - \varphi)$, denota l'altezza prospettica; sulla perpendicolare condotta per A'' alla fondamentale e nel senso verso l'alto si è quindi staccato il segmento $A''E'' = FH_0$, ottenendo così la prospettiva del vertice E della base superiore del prisma. Si osserva che essendo le due basi parallele figure prospettive nello spazio col centro e con l'asse di prospettività entrambi impropri di cui il primo nella dire-

zione degli spigoli verticali, le prospettive delle basi medesime si corrispondono in una omologia col centro e con l'asse impropri, cioè in una congruenza avente il centro improprio nella direzione delle prospettive degli spigoli verticali, che è la direzione definita principale. Considerando come punti corrispondenti A'' e E'' si è quindi determinata la figura $E''\ I''\ M''\ N''$, (prospettiva della base superiore $EIMN$), che è congruente alla figura $A''\ B''\ C''\ D''$; le due figure, che sono eguali ed egualmente orientate, si possono anche ottenere l'una dall'altra mediante una traslazione secondo la direzione principale con modulo eguale all'altezza prospettica del prisma.

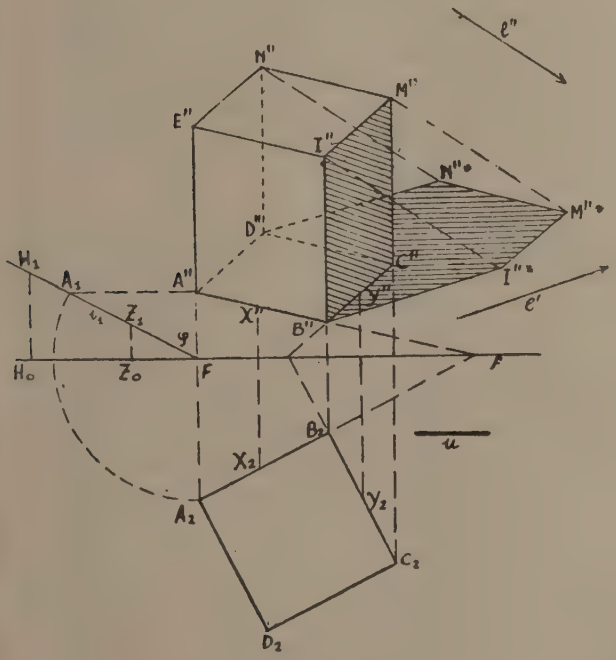


Fig. 23.

Fig. 24.

Immaginando inoltre il prisma medesimo illuminato da una sorgente luminosa costituita da un punto improprio, di cui si è assegnata la direzione mediante la retta $l \sim (l', l'')$, e tenuto conto del senso di propagazione della luce, che si è indicato nella figura con le frecce segnate sulle proiezioni della direzione della luce stessa, si è determinata la prospettiva sia dell'ombra propria del prisma che dell'ombra da esso portata sul piano fondamentale. Le radenti condotte alla base inferiore $ABCD$ parallele alla proiezione ortogonale della l su π definiscono nello spazio le prime tracce dei piani radenti al prisma e paralleli alla direzione della luce. Detti piani toccano il prisma lungo gli spigoli verticali BI e DN che appartengono

alla separatrice di ombra sul prisma ; appartengono anche a questa gli spigoli AB e AD della base inferiore e IM e MN della base superiore, essendo in ombra la base inferiore $ABCD$ e le due facce laterali $BIMC$ e $CMND$. Proiettando sul piano fondamentale secondo la direzione della luce la separatrice di ombra si ottiene l'ombra portata dal prisma sul piano stesso. Le ombre dei due spigoli BI e DN sono proiettate rispettivamente nelle due radenti anzidette, le cui prospettive sono le radenti a $A''B''C''D''$ parallele alla l'; quindi, condotta pel vertice I'', prospettiva di I, la parallela alla seconda proiezione l'' della direzione della luce, essa col suo incontro I''^* con la radente in B'' determina la prospettiva dell'ombra del vertice I sul piano fondamentale. Analogamente la parallela alla l'' condotta pel vertice N'' determina con la sua intersezione N''^* con la radente in D'' la prospettiva dell'ombra del vertice N; infine le parallele condotte pei punti I''^* e N''^* rispettivamente ai lati $I''M''$ e $M''N''$ ed arrestate al loro punto d'incontro M''^* determinano le prospettive delle ombre dei lati IM e MN della base superiore del prisma.

Osservazione. — Avendo la prospettiva del prisma considerato, sarebbe possibile dedurre la cosiddetta *restituzione prospettica* se noi avessimo il modo come determinare le dimensioni del prisma stesso dalla prospettiva medesima. Bisognerà quindi avere l'accorgimento, prima di cancellare le costruzioni grafiche inerenti al ribaltamento della base inferiore $ABCD$, dal quale siamo partiti per la determinazione della prospettiva del prisma, di segnare nella figura $A_2B_2C_2D_2$, ribaltamento del quadrato $ABCD$, a partire dal vertice B_2 e sui lati B_2A_2 e B_2C_2 due segmenti B_2X_2, B_2Y_2 eguali all'unità di misura u adottata per le lunghezze. Mediante l'affinità esistente fra ribaltamento e proiezione determineremo i punti X'' e Y'' appartenenti l'uno alla retta $B''A''$ e l'altro alla retta $B''C''$; i due segmenti $B''X''$ e $B''Y''$ indicano le prospettive dell'unità di misura considerata una volta sul lato BA e l'altra sul lato BC del quadrato $ABCD$.

Tracceremo quindi separatamente sullo stesso foglio di disegno tre rette concorrenti in un punto O, rispettivamente parallele a $B''A''$, $B''C''$ e $B''I''$ (Fig. 24); considereremo come sensi positivi delle due rette orizzontali quelli rispettivamente contrari ai segmenti $B''A''$ e $B''C''$, e come senso positivo della retta verticale quello verso l'alto. Sulla retta parallela a $B''A''$ staccheremo successivamente a partire da O e nel senso positivo tanti segmenti eguali a $B''X''$ indicando progressivamente con 1,2,3,... gli estremi di essi; analogamente sulla parallela alla $B''C''$ segneremo successivamente anche a partire da O e nel senso positivo tanti segmenti eguali a $B''Y''$ indicandone similmente con 1, 2, 3,... gli estremi. Infine nella parallela a $B''I''$ a partire da O e verso l'alto staccheremo successivamente tanti segmenti di lunghezza eguale a $u \cdot \cos(90° - \varphi)$ indicandone coi numeri progressivi da 1 in poi gli estremi. Tale lunghezza si determina staccando

sulla retta i_1 a partire da F nel senso FH_1 il segmento $FZ_1 = u$ e proiettandolo ortogonalmente su f; il segmento FZ_0 così ottenuto è $= FZ_1 \cdot \cos(90° - \varphi)$, cioè $= u \cdot \cos(90° - \varphi)$. Le scale costruite nel modo anzidetto sulle tre rette concorrenti nel punto O sono denominate *scale ridotte* o *di riduzione*.

La Fig. 26 rappresenta la prospettiva con le ombre relative del solido costituito da un prisma a base quadrata poggiato sul piano fondamentale e da un tronco di piramide ad esso coassiale poggiato sul prisma con la base maggiore, i cui lati sono paralleli a quelli della base del prisma stesso.

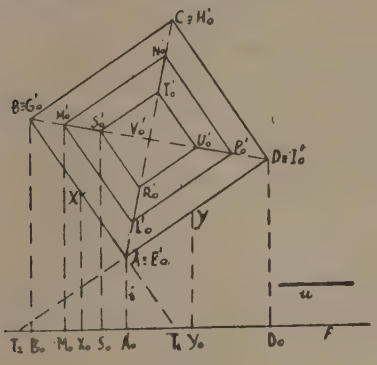


Fig. 25.

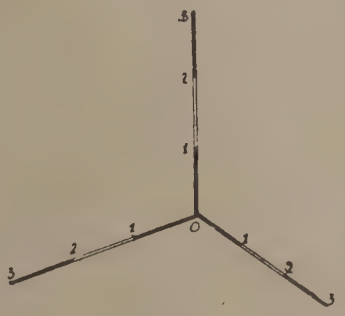


Fig. 27.

Nel determinare la prospettiva della pianta del solido considerato si è eseguito il procedimento indicato al § 3 del Capitolo II, operando separatamente sul piano fondamentale e sul quadro (Fig. 25 e Fig. 26). De-

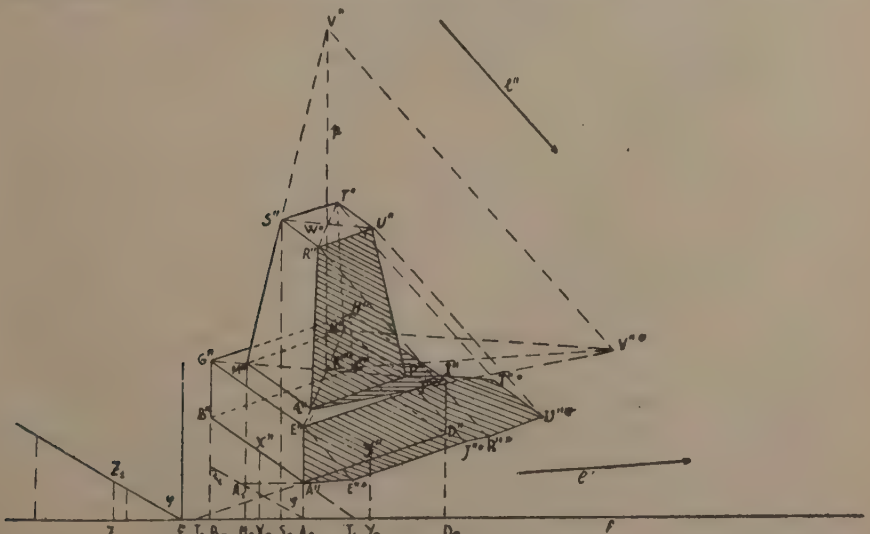


Fig. 26.

terminata la prospettiva della base inferiore $ABCD$ e l'altezza prospettica del prisma sullo spigolo verticale condotto pel vertice A, si è costruita la prospettiva della base superiore $EGHI$. Riferendoci alla retta $G''I''$, prospettiva della diagonale GI di questa base, si è determinato il punto M'', prospettiva del vertice M della base inferiore del tronco di piramide, appartenente a detta diagonale; condotte per esso le parallele ai lati $G''E''$ e $G''H''$ sino ad incontrare l'altra diagonale $E''H''$, si sono determinate le prospettive $M''L''$ e $M''N''$ di due lati della base inferiore del tronco di piramide. Tracciate poi pei punti L'' e N'' le parallele ai lati $E''I''$ e $H''I''$, queste si sono incontrate nel punto P'' della diagonale $G''I''$, che rappresenta la prospettiva del rimanente vertice P della base inferiore del tronco di piramide. Staccato infine il segmento $K''W''$ eguale all'altezza prospettica di questo sulla retta p perpendicolare alla fondamentale condotta pel punto K'' d'incontro delle diagonali $E''H''$ e $G''I''$ e, tracciate per l'estremo superiore W'' le parallele alle diagonali medesime, si sono determinate su esse le prospettive dei vertici della base superiore del tronco di piramide stesso, ottenendo così nel parallelogramma $R''S''T''U''$ la prospettiva di essa. I segmenti di rette compresi rispettivamente fra i punti R'', S'', T'', U'' e L'', M'', N'', P'' completano la prospettiva del tronco di piramide. Prolungando uno di detti sino all'incontro con la retta $K''W''$, che è la prospettiva dell'asse del solido rappresentato, si ottiene il punto V'', prospettiva del vertice della piramide, alla quale appartiene il tronco considerato. Si nota che le prospettive delle due basi di questo si corrispondono in una omotetia avente per centro V'' e per punti corrispondenti K'' e W''.

Assegnati inoltre la direzione ed il senso dei raggi luminosi mediante la retta $l \sim (l', l'')$, si è determinata la prospettiva dell'ombra propria, di quella autoportata del solido considerato e dell'ombra da esso portata sul piano fondamentale.

Osservazione. — Per la determinazione delle scale ridotte nelle tre direzioni $A''B''$, $A''D''$, $A''E''$ si è operato nel seguente modo. Segnato sulla retta AB della Fig. 25 a partire da A il segmento AX eguale all'unità di misura u adottata per le lunghezze, si sono proiettati ortogonalmente sulla f i punti A e X, ottenendo rispettivamente A_0 e X_0. Si è riportato quindi sulla retta f della Fig. 26 a partire dal punto A_0 di essa il segmento A_0X_0 dello stesso senso ed eguale a quello indicato con le stesse lettere nella Fig. 25; l'estremo X_0 di esso si è proiettato su $A''B''$ ortogonalmente alla f, ottenendo il punto X''. Il segmento $A''X''$ è la prospettiva del segmento unitario considerato nella direzione AB. Segnato sulla retta AD della Fig. 25 il segmento AY eguale a u, con procedimento analogo si è determinato dapprima Y_0, proiezione ortogonale di Y sulla f, e quindi Y'' su $A''D''$ nella Fig. 26. Il segmento $A''Y''$ è la prospettiva del segmento unitario u considerato nella direzione AD.

Per la determinazione dell'accorciamento del segmento unitario nella direzione perpendicolare al piano fondamentale si è operato nel modo già noto.

Ottenute le prospettive del segmento unitario nelle tre direzioni fondamentali, scelto un punto O ad arbitrio nel foglio di disegno (Fig. 27), si sono tracciate per esso tre rette rispettivamente parallele a $A''B''$, $A''D''$ e $A''E''$ sulle quali si sono segnati successivamente a partire da O tanti segmenti eguali alla prospettiva del segmento unitario considerato appartenente ordinatamente a ciascuna di esse nei sensi $B''A''$, $D''A''$ e $A''E''$, fissati come positivi, indicando con 1, 2, 3, ... gli estremi dei segmenti stessi. Si sono

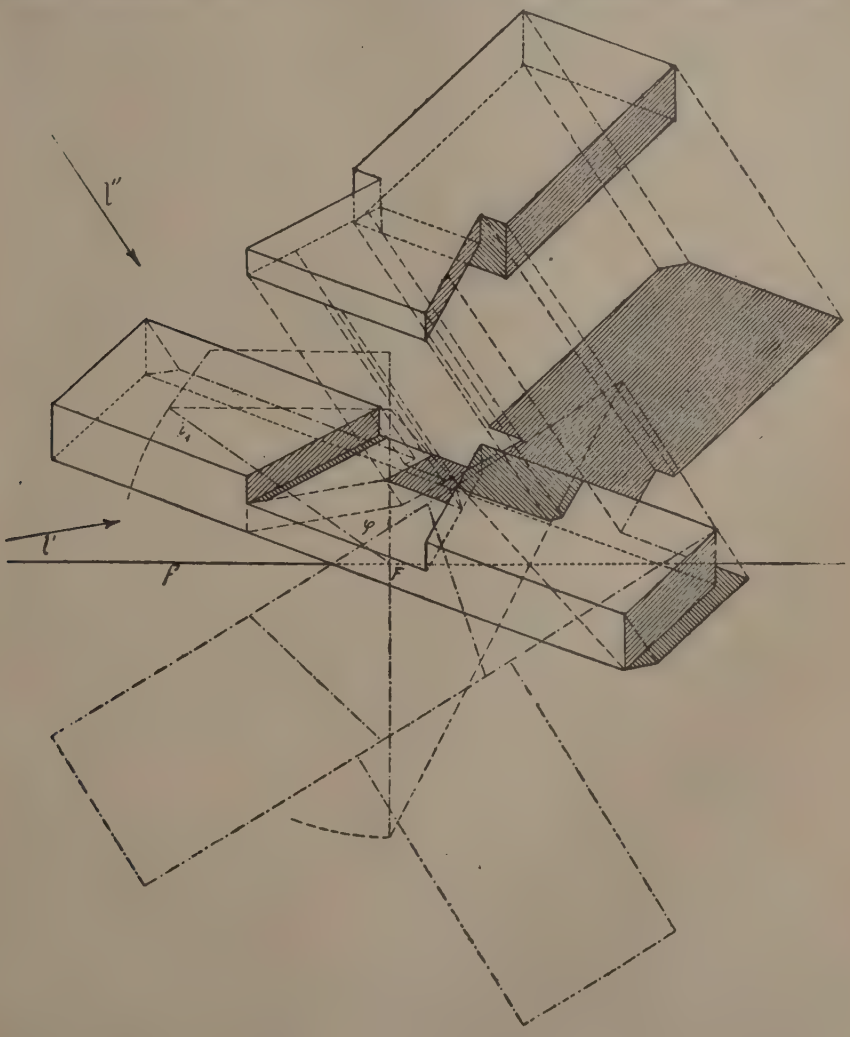


Fig. 28.

così perfettamente determinate le scale di riduzione, che saranno utili per ottenere la restituzione prospettica del solido.

La Fig. 28 rappresenta la prospettiva con le ombre relative di un incastro denominato *unione a coda di rondine semplice*, risultante dall'unione di due pezzi prismatici sagomati, di cui uno si è considerato poggiato sul piano fondamentale e l'altro su un piano parallelo a questo.

La Fig. 29 rappresenta la prospettiva con le ombre relative di un cilindro di rotazione con l'asse perpendicolare al piano fondamentale, avendo assegnati il raggio r della sezione retta e l'altezza h del cilindro medesimo.

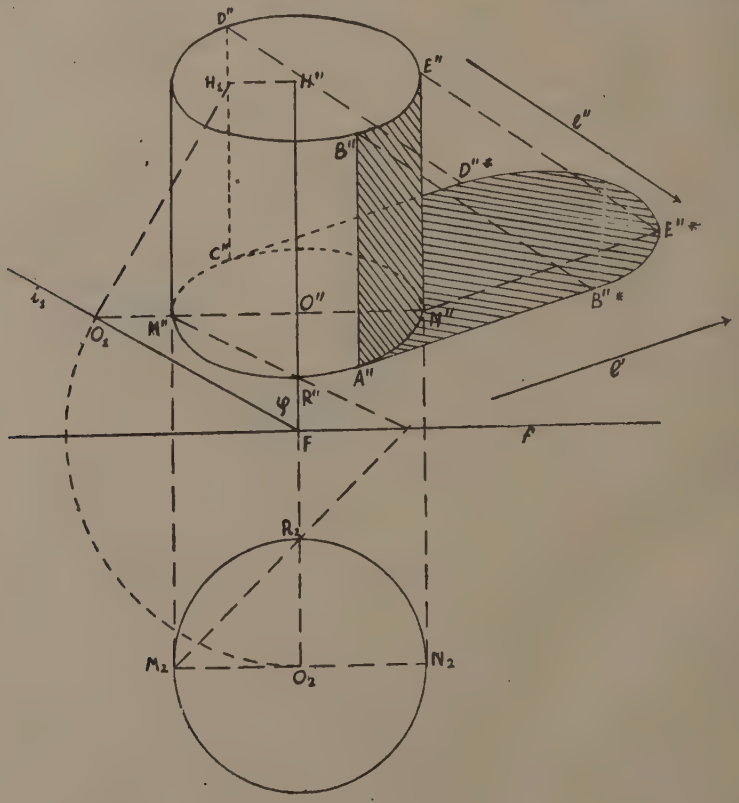


Fig. 29.

Le costruzioni grafiche inerenti alla rappresentazione risultano evidenti. Le prospettive delle due basi sono figure omologiche in una congruenza avente il centro improprio nella direzione principale, e propriamente sono due ellissi eguali, di cui il semiasse maggiore, parallelo alla fondamentale f,

è eguale a r ed il semiasse minore, perpendicolare alla f, è eguale a $r \cdot \cos\varphi$, essendo φ l'inclinazione del quadro sul piano fondamentale. La distanza fra le due ellissi è eguale a $h \cdot \cos(90° - \varphi)$. Le tangenti alle due ellissi parallele alla direzione principale e limitate alle ellissi medesime completano la prospettiva del cilindro considerato; esse rappresentano le tracce dei piani tangenti al cilindro e perpendicolari al quadro.

La prospettiva dell'ombra propria del cilindro e di quella da esso portata sul piano fondamentale si è determinata costruendo anzitutto i piani tangenti al cilindro e paralleli alla direzione della sorgente luminosa, rappresentata come nei casi precedenti. Le generatrici di contatto di questi piani col cilindro appartengono alla separatrice d'ombra su esso, la quale nello spazio è completata da due semicirconferenze eguali disposte in senso contrario ed appartenenti l'una alla base inferiore e l'altra alla base superiore del cilindro. Si è proiettata quindi sul piano fondamentale π secondo la direzione della sorgente luminosa la separatrice stessa e si è ottenuta l'ombra portata dal cilindro su π.

La Fig. 30 rappresenta la prospettiva con le ombre relative del solido costituito da un tronco di cono e da un cilindro di rotazione coassiali con l'asse perpendicolare al piano fondamentale π, di cui il primo sovrastante con la base maggiore all'altro, che è poggiato sul piano π.

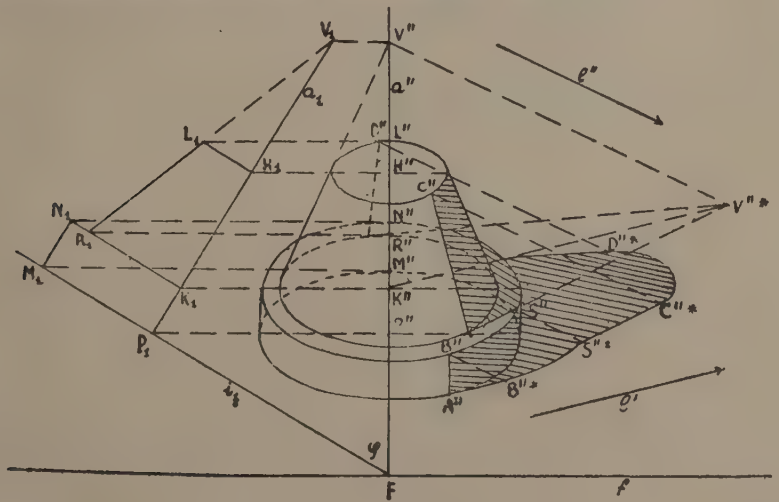


Fig. 30.

§ 7. — *Prospettiva di una sfera, della sua ombra propria e di quella portata sul piano fondamentale.*

Si definisce prospettiva cilindrica di una sfera la intersezione del quadro col cilindro ad essa circoscritto avente le generatrici perpendicolari al

quadro. Detto cilindro è tangente alla sfera lungo il cerchio massimo ω di questa appartenente al piano parallelo al quadro condotto pel centro della sfera stessa; conseguentemente la prospettiva di ω è la prospettiva della sfera. Si nota che essendo ω contenuto in un piano parallelo al quadro, la sua prospettiva ω'' è un cerchio eguale ad esso (Fig. 31).

Risulta quindi immediata la prospettiva di una sfera, avendone assegnato il centro $C \sim (C', C'')$ ed il raggio r; il cerchio di centro C'' e di raggio eguale a r è la prospettiva della sfera.

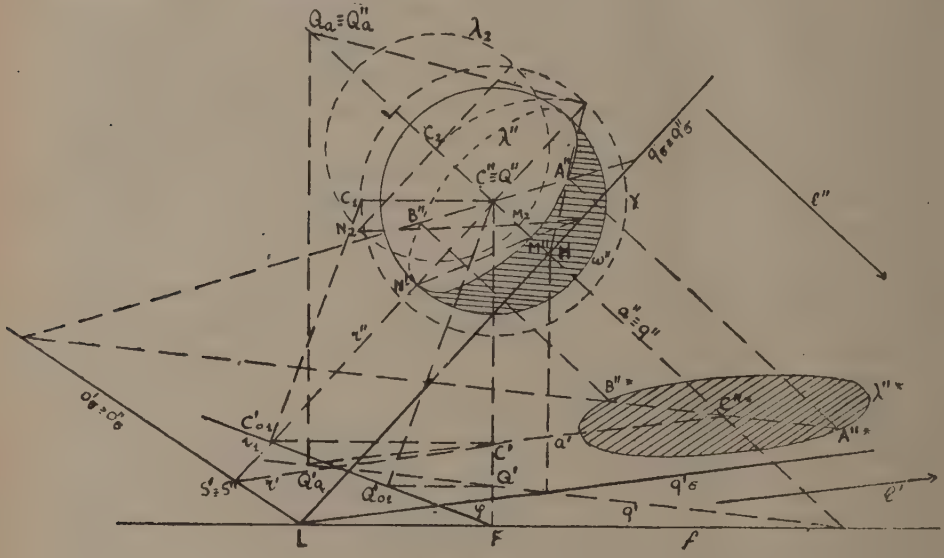


Fig. 31.

Assegnati inoltre la direzione ed il senso dei raggi luminosi mediante la retta $l \sim (l', l'')$, per rappresentare la prospettiva della separatrice di ombra sulla sfera occorre costruire la prospettiva del cerchio massimo λ secondo cui la sfera stessa è toccata dal cilindro Γ ad essa circoscritto avente le generatrici parallele alla direzione dei raggi luminosi. Tale cerchio appartiene quindi al piano σ perpendicolare alla retta l condotto pel centro C della sfera. Costruito all'uopo il raggio luminoso a pel punto C e determinatane la seconda traccia Q_a, l'antipolare di questa rispetto al cerchio di distanza γ relativo al punto C, (cerchio descritto nel quadro χ di centro C'', seconda proiezione di C, e di raggio eguale alla distanza di C da χ), è la seconda traccia q_σ del piano σ della separatrice. Ribaltato σ intorno a q_σ sul quadro si descriva con centro in C_2, ribaltamento di C, e con raggio eguale a r il cerchio λ_2, ribaltamento del cerchio λ anzidetto, deducendone quindi mediante l'omologia di ribaltamento del piano σ la prospettiva λ'' della separatrice di ombra sulla sfera.

Per determinare infine la prospettiva dell'ombra portata dalla sfera sul piano fondamentale π si osserva che tale ombra è l'intersezione λ^* del predetto cilindro Γ con π. Si nota che λ''^*, prospettiva di λ^*, e λ'', prospettiva di λ, si corrispondono in una omologia affine in cui il centro improprio è nella direzione di l'' e l'asse è $o_0' \equiv o_0''$, prospettiva della prima traccia o_0 del piano σ. Come punti corrispondenti si considerano C'' e C''^*, essendo C''^* la prospettiva dell'intersezione del raggio luminoso q condotto pel centro C della sfera col piano fondamentale, ovvero la prospettiva della prima traccia di a.

Si osserva inoltre che, determinata q_0, come si è detto innanzi, per ottenere $o_0' \equiv o_0''$ si è costruita dapprima q_0', prima proiezione di q_0; tracciate quindi per C', biproiezione di C, la retta r' parallela alla q_0' e per C'' la r'' parallela alla $q_0 \equiv q_0''$, il punto $S' \equiv S'' \equiv r' r''$ è un punto appartenente alla $o_0' \equiv o_0''$, altro punto di questa è la intersezione L della q_0 con la fondamentale f.

È evidente che λ'' e λ''^* sono due ellissi.

§ 8. — *Prospettiva di una superficie di rotazione.*

La prospettiva cilindrica di una superficie di rotazione Σ è la intersezione del quadro col cilindro circoscritto a Σ avente le generatrici perpendicolari al quadro, ovvero la prospettiva della curva λ di contatto di Σ col cilindro medesimo. La curva λ'', prospettiva di λ, si può quindi determinare come luogo delle prospettive dei punti di contatto della superficie coi piani tangenti ad essa e perpendicolari al quadro; tali piani inviluppano il detto cilindro circoscritto a Σ.

È noto che una superficie Σ di rotazione può considerarsi come l'inviluppo delle sfere tangenti ad essa lungo i suoi diversi paralleli. Rappresentate quindi le prospettive delle varie sfere, l'inviluppo di esse è la prospettiva della superficie (Fig. 32).

Sia a l'asse della superficie perpendicolare al geometrale e P il suo piede su questo; determinata la retta a'', prospettiva di a, condotta pel punto P'', prospettiva di P, si ribalti sul quadro χ il piano di profilo α condotto per a e sia i_1 il ribaltamento della intersezione di α col piano fondamentale π: l'angolo formato da i_1 con a'' è eguale all'angolo φ assegnato corrispondente all'inclinazione di χ su π.

Il ribaltamento a_1 dell'asse a è la perpendicolare alla retta i_1 condotta pel punto P_1, ribaltamento del punto P. Il piano α seziona la superficie Σ secondo un meridiano μ, il cui ribaltamento è μ_1. Per un punto B_1 di μ_1 si conducano la perpendicolare a questo, che incontrerà la retta a_1 in un punto C_1, e la perpendicolare alla a_1 che la intersecherà nel punto O_1; questo e C_1 sono rispettivamente i ribaltamenti del centro O di un parallelo ψ di Σ e del centro C della sfera tangente a Σ lungo ψ. Si tracci per C_1 la parallela

alla f e sia C'' la sua intersezione con a'', il cerchio ω'' di centro C'' e di raggio eguale a B_1C_1, è la prospettiva della sfera tangente alla superficie Σ lungo il parallelo ψ di questa. I punti di λ'', prospettiva della superficie, appartenenti al cerchio ω'' sono i punti d'incontro di questo con la retta

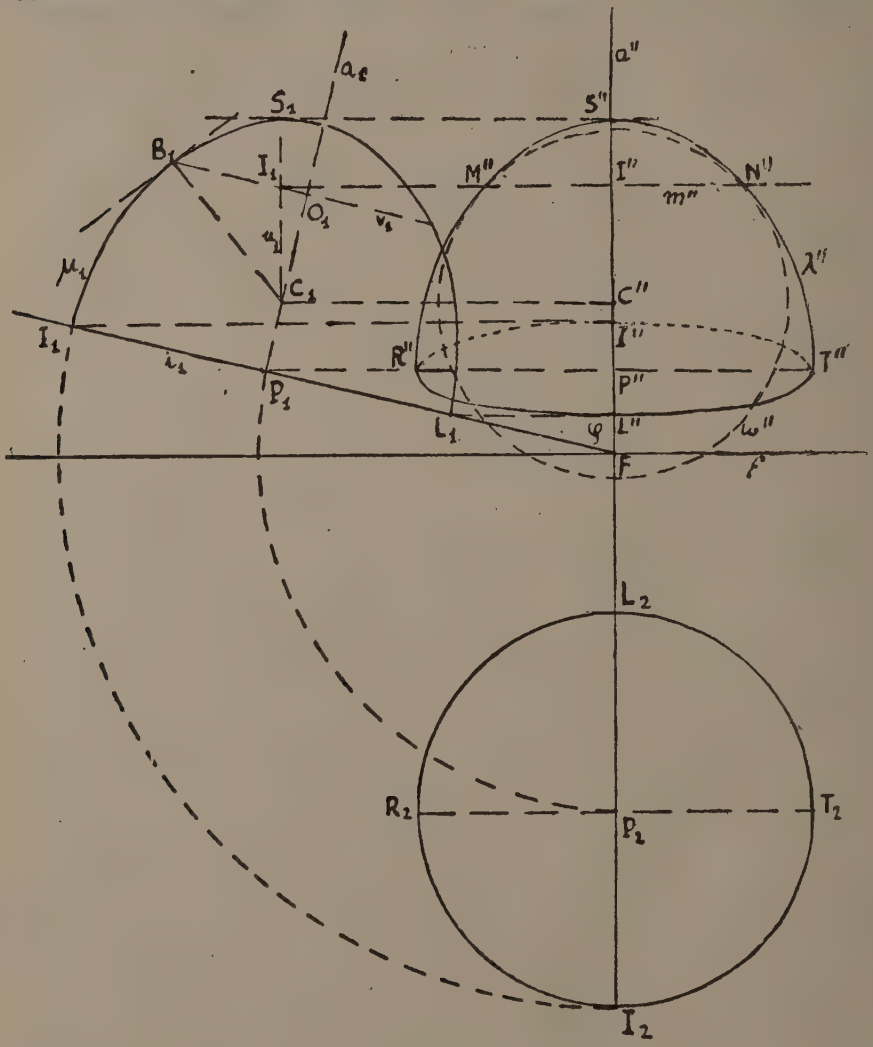


Fig. 32.

m'', prospettiva della retta m, intersezione del piano β parallelo al quadro condotto per C col piano σ parallelo al piano fondamentale condotto per O, la quale è quindi parallela alla f. Infatti il cerchio ω, secondo cui la sfera è toccata dal cilindro ad essa tangente perpendicolare al quadro, ed il paral-

lelo ψ, lungo il quale la sfera stessa è tangente alla superficie, appartengono rispettivamente il primo al piano β ed il secondo a σ, essi hanno generalmente una corda comune c appartenente ad una retta m; negli estremi M, N della c i piani tangenti alla sfera, che sono tangenti anche a Σ, sono perpendicolari al quadro. Quindi i punti M e N, disposti in simmetria ortogonale rispetto al piano α, appartengono alla curva λ e le loro prospettive si trovano sia sulla prospettiva m'' della m che sul cerchio ω'', prospettiva della sfera, ed anche sulla ellisse ψ'', prospettiva del parallelo ψ.

Consideriamo che la m'' dovrà essere parallela alla f perchè prospettiva della m, che è parallela alla f, quindi, conoscendone la direzione, per costruirla basta individuare un punto pel quale essa deve passare. Per ottenere questo ci avvarremo ancora del ribaltamento del piano di profilo α, costruendo i ribaltamenti u_1 e v_1 delle rispettive intersezioni u, v di esso coi piani β e σ. La u_1 è definita dalla parallela alla retta a'' condotta per C_1 mentre la v_1 coincide con la retta $O_1 B_1$, il punto $I_1 \equiv u_1 v_1$ è il ribaltamento del punto $I \equiv u v$ appartenente alla retta m. Il punto I'', prospettiva del punto I, che appartiene alla a'', si ottiene intersecando questa con la retta parallela alla f condotta per I_1. Tale retta è la m'' cercata; i punti M'' e N'' in cui essa incontra ω'' sono due punti della richiesta curva λ'' e propriamente le prospettive dei punti M e N del parallelo ψ appartenenti a λ.

Ripetendo analoghe costruzioni per altre sfere tangenti alla superficie Σ lungo altri paralleli, si otterrà la prospettiva λ'' di Σ.

Le prospettive del punto più alto e di quello più basso di λ si determinano conducendo a μ_1 le tangenti parallele alla fondamentale f, le intersezioni di queste con a'' sono le prospettive cercate. Nel caso della nostra figura si è determinata la prospettiva S'' del punto più alto S, che appartiene al piano di profilo α condotto per l'asse a della superficie Σ considerata.

Le variazioni della latitudine ed il movimento del Polo di rotazione terrestre negli anni 1946 1948

Nota del socio ordinario **Luigi Carnera**

(Adunanza del dì 4 giugno 1949)

Sunto. — Seguendo i metodi usati negli anni precedenti, e facendo uso delle osservazioni eseguite nelle Stazioni Internazionali di Mizusawa, Carloforte, Gaitersburg, Ukiah, Kitab, sono state ricalcolate le coordinate istantanee del polo di rotazione terrestre durante il 1946 e 1947 (periodo per cui mancavano in precedenza i libretti di Kitab), e calcolate quelle del 1948. La polodia dedotta, permane con ampiezza notevole, di poco inferiore a quella del 1946.

Con questa nota si chiude la serie delle mie comunicazioni annuali dei risultati provvisorî ricavati dalle osservazioni pervenute all'Ufficio Centrale di Capodimonte, iniziata dodici anni or sono con i risultati dell'anno 1936, essendo al principio del corrente anno passato l'incarico, affidatomi a Parigi nel 1935, al prof. Cecchini ed all'Osservatorio di Pino Torinese, avendo io per età dovuto lasciare la mia carica di Direttore. In questa occasione, prendendo comiato dai molti e valorosi collaboratori, sento il dovere di ringraziare in particolare modo tutti gli osservatori, che dal principio del 1935 si sono avvicendati nelle diverse stazioni ed hanno cercato di facilitare in ogni modo il mio compito: in particolare devo ricordare quelli, che pur troppo sono scomparsi nel corso di questi anni, ed in prima linea il prof. Kimura, il più infaticabile osservatore e calcolatore, che aveva dedicato tutta la sua lunga esistenza al problema delle migrazioni del Polo. Nè posso dimenticare di ricordare con riconoscenza il Presidente della Commissione Internazionale Sir H. Spencer Jones, ed i Segretari generali dell'Unione Astronomica Internazionale prof. J. H. Oort, e dell'Associazione Geodetica Internazionale Generale G. Perier, e Com. P. Tardy, sempre ed in ogni occasione larghi del loro appoggio; il Ministero della Pubblica Istruzione, ed il Consiglio Nazionale delle Ricerche di Roma, che fornirono i mezzi finanziarî per l'Ufficio, devono pure essere ricordati e resi loro i ringraziamenti più vivi. Non poco devo poi alla valorosa collaborazione dell'ing. Paolo Vocca e prof. Tito Nicolini, ed alle modeste, ma diligenti signorine, Elena Pisano, Vincenza Esposito, Lillina Chiarazzo, Adriana De Maria, Adele Salzano e Giovanna Pizza, che coadiuvate dal custode dell'Osservatorio G. Esposito, attesero alla parte più notevole dei calcoli.

La relazione attuale comprende essenzialmente i risultati dell'anno 1948, ma poiche finalmente nel corso degli ultimi mesi si sono potuti avere i libretti di osservazione della stazione di Kitab, che ci mancavano fino dal marzo 1946 (pur troppo non ostante le reiterate preghiere rivolte in tutti i modi, per mezzo di tutte le autorità, e con tutti i mezzi, mancano sempre ancora quelli relativi ai tre ultimi mesi del 1948), ho creduto utile ricalcolare la polodia dal principio del 1946, tenendo presenti i risultati anche di questa stazione, particolarmente per ovviare all'inconveniente presentatosi proprio nel 1946 di avere dei mesi basati unicamente sulle tre stazioni di Mizusawa, Gaithersburg ed Ukiah, che per la posizione loro non erano le più adatte a fornire risultati di grande attendibilità. Per questa ragione con questa relazione compaiono nuovamente i risultati degli anni 1946 e '47, aventi una sicurezza notevolmente superiore a quelli comunicati nelle mie note anteriori del 1948. Naturalmente per quanto riguarda le osservazioni delle stazioni di Mizusawa, Carloforte, Gaithersburg ed Ukiah rimando a quelle due note, presentate nelle adunanze del 3-I-48 ed 8-V-48. Nessun cambiamento si è avuto nel personale degli osservatori delle stazioni se non a Carloforte, ove al dott. Mario Castellano si è aggiunto finalmente alla fine del secondo semestre un secondo osservatore nella persona del dott. Zinno. Neppur variazioni sono state introdotte nei metodi di calcolo, o nelle costanti strumentali, pur essendoci pervenuti da tutte le stazioni nuovi risultati di osservazioni complementari: di questi contributi faremo tesoro prossimamente riprendendo in esame tutti i risultati per i calcoli definitivi.

Le osservazioni eseguite a Kitab nel corso degli anni 1946 e 1947, e di cui solo ora abbiamo potuto tener conto, comprendono:

Anno 1946: 868 coppie del gruppo serale e 792 di quello del mattino, ed assieme 1660 coppie,

Anno 1947: 961 coppie del gruppo serale e 877 di quello del mattino, ed assieme 1818 coppie,

in guisa che per il 1946 e 1947 del complesso delle 5 stazioni si ebbero rispettivamente 6688 ed 8213 osservazioni. Per il 1948 si hanno

Osservazioni

	Gruppo serale	Gruppo mattino	Totali
Mizusawa	640	614	1254
Kitab [1])	671	659	1330
Carloforte	887	831	1718
Gaithersburg	838	811	1649
Ukiah	1017	945	1962
	4053	3860	7913

Se si tien conto che la media delle osservazioni annuali degli ultimi 10 anni è di 7046 coppie, e si rammenta che a Carloforte si ebbe solo per breve tempo la collaborazione del secondo osservatore, mentre mancano oltre due mesi di osservazioni a Kitab, i risultati sono da considerarsi come molto favorevoli e confermano ovunque la diligenza abituale degli osservatori.

Nelle tabelle che seguono sono contenuti i valori degli scostamenti delle latitudini medie mensili ottenute per ciascuna stazione dalle corrispondenti latitudini riferite al polo medio: la prima comprende le osservazioni di Kitab nel 1946 e 1947, la seconda quelle di tutte le stazioni per il 1948. In esse è pur dato il numero delle coppie osservate, oltre all'epoca media di osservazione, tenendo al solito distinti i valori ricavati dalle osservazioni del gruppo serale da quello del mattino.

Osservazioni serali *Osservazioni mattino*

		1946		1947			1946		1947	
.05	IV	+".294	48	+".171	43	V	+".012	38	+".152	30
.13	V	— .023	64	+ .067	68	VI	+ .058	53	+ .247	49
.22	VI	+ .070	58	+ .210	79	VII	— .090	54	+ .075	71
.29	VII	— .137	75	— .078	71	VIII	— .190	57	— .067	72
.40	VIII	— .339	82	— .214	86	IX	— .362	67	— .267	75
.47	IX	— .369	80	— .345	100	X	— .464	75	— .242	93
.55	X	— .417	108	— .305	120	XI	— .221	94	— .151	120
.64	XI	— .206	102	— .151	103	XII	— .150	102	— .166	108
.72	XII	+ .035	84	— .028	84	I	— .106	84	— .092	83
.79	I	+ .153	72	— .034	58	II	— .022	72	— .153	50
.88	II	+ .042	54	— .233	65	III	+ .348	54	+ .005	66
.96	III	+ .388	41	+ .169	59	IV	+ .326	42	+ .128	60

[1]) Mancano le osservazioni a partire dalla metà di ottobre 1948.

Osservazioni della sera

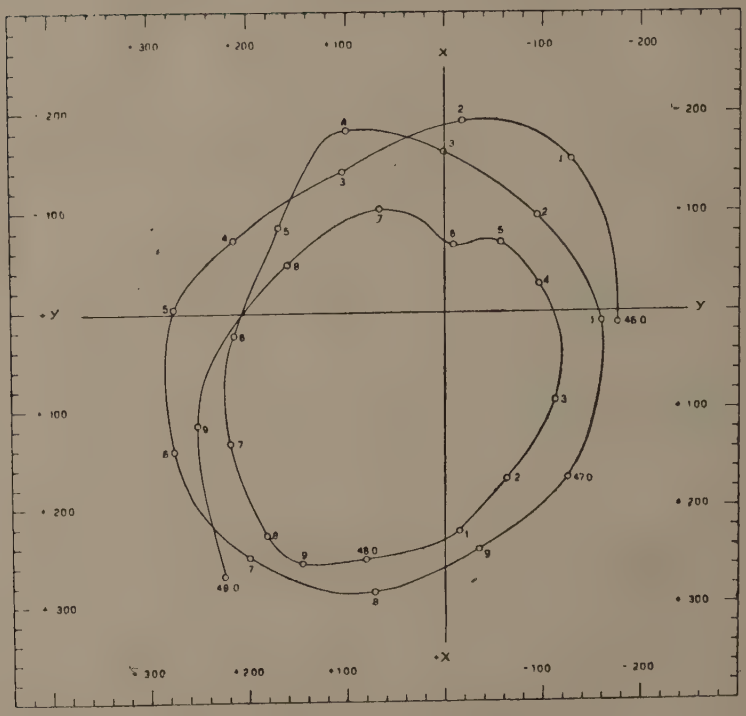
Epoca	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersburg		Ukiah	
1948											
.055	IV	—".250	41	+".106	60	+".252	58	+".096	56	—".023	94
.141	V	— .242	57	+ .043	63	+ .018	55	— .125	66	— .273	84
.223	VI	— .049	79	+ .275	60	+ .306	83	+ .003	68	+ .112	54
.314	VII	— .049	84	+ .153	42	+ .019	70	— .133	51	— .175	55
.387	VIII	— .014	48	+ .042	90	— .094	83	— .193	69	— .144	75
.472	IX	— .095	40	— .103	78	— .259	94	— .243	90	— .180	91
.558	X	— .086	53	— .055	77	— .237	83	— .132	89	— .179	119
.640	XI	+ .057	50	+ .011	72	— .117	59	+ .062	111	+ .059	114
.727	XII	+ .066	42	+ .003	81	— .172	59	+ .213	61	+ .118	86
.801	I	— .044	48	— .026	48	— .119	81	+ .205	57	+ .185	95
.885	II	— .306	51	—	—	— .337	93	+ .119	62	+ .006	80
.966	III	— .077	47	—	—	+ .171	69	+ .299	55	+ .250	70

Osservazioni del mattino

Epoca	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersburg		Ukiah	
1948											
.055	V	—".320	48	+".105	29	+".124	56	—".032	65	—".133	90
.141	VI	— .104	75	+ .242	48	+ .316	53	+ .028	51	— .006	81
.223	VII	— .113	77	+ .094	54	+ .167	81	— .102	79	— .160	48
.315	VIII	— .066	80	+ .101	40	+ .050	60	— .194	52	— .158	17
.388	IX	— .120	45	— .024	88	— .172	79	— .249	69	— .158	77
.474	X	+ .041	33	— .098	71	— .144	93	— .144	84	— .123	88
.559	XI	+ .077	28	+ .041	78	— .081	82	— .014	62	+ .013	120
.640	XII	+ .043	46	+ .005	72	— .064	56	+ .127	94	+ .125	111
.730	I	+ .036	45	— .064	78	— .135	49	+ .111	61	+ .168	78
.799	II	— .311	62	— .306	48	— .320	78	+ .020	68	— .029	84
.887	III	— .024	38	—	—	+ .140	83	+ .354	59	+ .292	68
.968	IV	— .281	37	—	—	+ .172	61	+ .356	67	+ .234	53

Utilizzando gli scostamenti delle latitudini istantanee da quelle medie, con la solita equazione $x \cdot \cos \lambda_i + y \cdot \operatorname{sen} \lambda_i = (\varphi_i - \varphi_{i.0})$, con i indicando i valori corrispondenti a ciascuna stazione col metodo dei minimi quadrati si ricavarono i valori delle coordinate istantanee x ed y del Polo, e del residuo z, costituito dalla somma della correzione media delle declinazioni stellari propria di ciascun gruppo e di tutti gli errori residui e delle variazioni dovute sia a movimenti effettivi del Polo o delle verticali locali, sia ad effetti refrazionali. I valori delle coordinate del Polo così ottenuti si trovano nella Tabella seguente, ed accanto ai valori ricavati rispettivamente coi gruppi della sera e del mattino segue la media, che si può accettare come il valore più plausibile Le differenze si mantengono in generale entro limiti abbastanza ristretti, e solo in casi eccezionali arrivano a pochi centesimi di secondo, e questo in generale solamente quando si ha per quel mese uno scarso numero di osservazioni. Le tre ultime colonne contengono i valori delle z; se per esse si tien conto, che la parte preponderante è costituita dalla correzzione alle declinazioni, e si paragonano i valori delle z ricavati in due mesi successivi, osservando lo stesso gruppo di stelle la prima volta al mattino e la seconda la sera, appare evidente l'accordo, onde ammettendo che la loro media z_m riportata nell'ultima colonna ci dia la correzione incognita delle declinazioni, si possano considerare queste z_m come le $\Delta\delta$ dei diversi gruppi. Queste correzioni $\Delta\delta$ riunite in media in corrispondenza dei tre anni, si accordano bene con i risultati degli anni precedenti, tanto da poter ritenere che non abbiano a rimanere dubbî che superino i 0″.02.

1940											+ ".090"	
6.06	IV - V	− ".067"	− ".162"	− ".115"	− ".165"	− ".151"	− ".158"	+ ".145"	− ".066"	+ ".122"		
.14	V - VI	− .173	− .179	− .176	− .122	− .050	− .086	− .078	+ .065	− .072		
.22	VI - VII	− .136	− .247	− .192	− .042	+ .054	− .004	+ .083	+ .024	+ .074		
.31	VII - VIII	− .120	− .149	− .135	+ .122	+ .110	+ .118	+ .004	− .049	+ .014		
.39	VIII - IX	− .086	− .078	− .082	+ .187	+ .230	+ .208	− .138	− .135	− .094		
.48	IX - X	− .041	− .038	− .039	+ .258	+ .276	+ .267	− .172	− .165	− .153		
.56	X - XI	+ .121	+ .107	+ .114	+ .297	+ .270	+ .284	− .193	− .062	− .179		
.64	XI - XII	+ .158	+ .174	+ .166	+ .241	+ .272	+ .257	− .056	+ .046	− .059		
.72	XII - I	+ .271	+ .268	+ .270	+ .189	+ .159	+ .174	+ .050	− .084	+ .048		
.81	I - II	+ .274	+ .292	+ .283	+ .085	+ .033	+ .059	− .057	− .137	− .013		
.89	II - III	+ .243	+ .244	+ .241	− .025	− .025	− .025	− .104	+ .206	− .120		
.97	III - IV	+ .234	+ .181	+ .208	− .078	− .095	− .087	+ .165	+ .113	+ .186		
7.06	IV - V	+ .051	+ .095	+ .073	− .124	− .170	− .172	+ .030	− .092	+ .072		
.14	V - VI	− .022	− .044	− .033	− .150	− .114	− .132	− .130	+ .090	− .111		
.22	VI - VII	− .073	− .139	− .106	− .091	− .093	− .092	+ .093	+ .003	+ .092		
.30	VII - VIII	− .199	− .167	− .183	+ .017	− .004	+ .006	− .032	− .063	− .014		
.39	VIII - IX	− .178	− .210	− .191	+ .088	+ .091	+ .090	− .108	− .152	− .085		
.47	IX - X	− .151	− .108	− .129	+ .191	+ .130	+ .161	− .166	− .128	− .159		
.56	X - XI	− .028	− .012	− .020	− .188	+ .192	+ .190	− .151	+ .002	− .139		
.63	XI - XII	+ .080	+ .066	+ .073	+ .237	+ .220	+ .229	− .014	+ .025	− .006		
.72	XII - I	+ .173	+ .124	+ .148	+ .207	+ .226	+ .216	+ .040	+ .069	− .032		
.80	I - II	+ .224	+ .229	+ .226	+ .190	+ .163	+ .176	+ .040	− .124	+ .054		
.88	II - III	+ .228	+ .280	+ .254	+ .147	+ .169	+ .158	− .156	+ .114	− .140		
.97	III - IV	+ .264	+ .243	+ .253	+ .119	+ .086	+ .103	+ .145	+ .064	+ .130		
8.06	IV - V	+ .252	+ .238	+ .245	+ .055	+ .005	+ .030	+ .021	− .061	+ .042		
.14	V - VI	+ .174	+ .222	+ .198	− .062	− .046	− .054	− .124	+ .084	− .094		
.22	VI - VII	+ .164	+ .164	+ .164	− .049	− .078	− .063	+ .121	− .030	+ .103		
.31	VII - VIII	+ .077	+ .080	+ .079	− .125	− .121	− .123	− .038	− .055	− .034		
.39	VIII - IX	− .017	− .018	− .018	− .110	− .082	− .096	− .077	− .142	− .066		
.47	IX - X	− .071	− .080	− .075	− .066	− .058	− .062	− .171	− .088	− .156		
.56	X - XI	− .046	− .070	− .058	− .046	− .033	− .040	− .134	+ .012	− .111		
.64	XI - XII	− .083	− .064	− .074	+ .020	+ .063	+ .041	+ .019	+ .049	+ .015		
.73	XII - I	− .110	− .114	− .112	+ .087	+ .093	+ .090	+ .050	+ .027	+ .049		
.80	I - II	− .060	− .035	− .048	+ .138	+ .183	+ .161	+ .040	− .180	+ .034		
.89	II - III	− .065	+ .036	− .014	+ .281	+ .212	+ .247	− .204	+ .136	+ .192		
.97	III - IV	+ .078	+ .162	+ .120	+ .193	+ .305	+ .249	+ .113	+ .046	+ .125		



Polodia nell'intervallo 1946.0 - 1948.9.

Si sono tracciate poi, servendosi della x_m ed y_m conclusi, due curve a tratto continuo, e dal grafico vennero ricavati i valori corrispondenti di decimo in decimo di anno riportati nella tabella che segue. Di essi ci siamo serviti per disegnare la traiettoria del Polo nei tre ultimi anni. Non c'è bisogno di dire che le coordinate corrispondenti al 1949.0 essendo ottenute per estrapolazione hanno solo una attendibilità relativa.

	1946		1947		1948	
	x	y	x	y	x	y
.0	+".012	—".176	+".170	—".125	+".251	+".082
.1	— .154	— .129	+ .010	— .160	+ .224	— .015
.2	— .193	— .018	— .094	— .097	+ .170	— .063
.3	— .142	+ .104	— .183	+ .001	+ .090	— .113
.4	— .074	+ .215	— .194	+ .100	— .028	— .096
.5	— .005	+ .276	— .087	+ .169	— .070	— .058
.6	+ .140	+ .276	+ .032	+ .214	— .075	— .010
.7	+ .249	+ .200	+ .132	+ .218	— .104	+ .066
.8	+ .285	+ .072	+ .226	+ .182	— .049	+ .160
.9	+ .242	— .034	+ .256	+ .146	+ .114	+ .252
1.0	+ .170	— .125	+ .251	+ .082	(+ .268)	(+ .225)

Le Balene di Melville

Nota del socio **Giuseppe De Lorenzo**

(Adunanza del dì 5 giugno 1949)

Sunto. — In questa Nota sono brevemente esposte le osservazioni, pratiche e scientifiche, sulla caccia, l'anatomia, la fisiologia e la biologia dei cetacei mysticeti ed odontoceti, specialmente del capodoglio, scritte fin dal 1851 da Herman Melville nel suo libro *Moby Dick*; nel quale il realismo delle descrizioni pratiche e l'acume delle osservazioni scientifiche sono ravvivati da una straordinaria potenza di espressione artistica e di intuizione filosofica.

Tra due anni si compie il centenario da quando, nel 1851, Herman Melville pubblicò il suo libro *Moby Dick*, non compreso dai suoi contemporanei, poco inteso dagli immediati successori, poi sempre più e meglio valutato negli anni seguenti, finchè oggi è universalmente riconosciuto come un grande libro, anzi un capolavoro: quasi, dicono alcuni, un poema omerico americano.

Anche l'Italia ha partecipato e partecipa a questa universale rivalutazione. Ne abbiamo, infatti, un'ottima traduzione, di Cesare Pavese; ed alcuni tra i nostri migliori critici e conoscitori della letteratura angloamericana se ne sono largamente occupati. Ne scrisse con entusiasmo Carlo Linati nel suo volume *Scrittori angloamericani d'oggi*, Milano, 1932, definendolo « libro allucinante, fuori classe, per così dire, drammatico nella spettrale paurosità delle sue descrizioni e scritto in una prosa tra poetica ed erudita, che unisce alla scientifica limpidezza, cara all'oppiomane De Quincey, una fastosità pittorica e rappresentativa che ricorda l'Apocalisse ». Per uno strano *lapsus mentis*, però, il Linati fa viaggiare Melville ed il protagonista del suo libro, capitano *Ahab*, in « piccoli, miserabili piroscafi e *steamers* erranti », quasi precursori delle moderne navi baleniere a vapore, attrezzate con tutta la tecnica moderna della caccia e della utilizzazione delle balene; mentre ai tempi di Melville le navi baleniere, e tra esse il *Pequod* del suo libro, erano semplici velieri a tre alberi, che compivano lunghe crociere, di tre o quattro anni, nei mari del sud dell'Oceano Indiano e Pacifico, sempre veleggiando, non toccando mai alcun porto, portando nelle stive l'acqua ed i viveri necessari per tutto il viaggio, che erano sostituiti, a misura che si esaurivano, e quando la caccia era fortunata, dai barili pieni di olio di balena: di quello più grossolano, tratto dal lardo di balena, e dell'altro più fino, ricavato dallo *spermaceti* del capodoglio:

squagliati nelle primitive caldaie in muratura, fabbricate e poi sfabbricate, sul ponte sopracoperta, tra l'albero di trinchetto e l'albero maestro.

Con più perspicacia, e con la sua ben nota e felice perspicuità, se ne occupò Emilio Cecchi, in due saggi, uno su *Moby Dick*, del 1931, ed un altro su *Melville minore*, del 1945: riuniti poi nel suo recente volume, *Scrittori inglesi ed americani*, Mondadori, 1947. Il Cecchi, dopo aver osservato, che « l'influsso del Melville è palese in Stevenson, in Kipling, in London », fa notare, che « la vicenda forsennata del capitano *Ahab*, che corre gli oceani in caccia di *Moby Dick*, la balena bianca, il Leviatano enorme e feroce, viene a corrispondere ai miti che stanno all'inizio della storia: alle favole eroiche e cavalleresche del nostro Vico, con Ercole che combatte l'Idra e il Leone, Teseo che uccide il Minotauro, e Teseo che uccide l'Orca »: ma tutto ciò visto dal Melville con tale potenza d'intuizione e rappresentato con tale solenne gravità, « che a momenti ci fa quasi credere d'essere trasportati in un'epoca geologica, avanti la comparsa dell'uomo ». Nel libro del Melville, dice Emilio Cecchi « ora sembrerebbe di leggere un trattato scientifico e pedantesco intorno alle balene; ora un torvo commento puritano ai versetti di *Giobbe* e di *Isaia*, dove si parla dei Leviatani sull'oceano canuto. Talvolta uno squarcio di immaginosa erudizione alla Thomas Browne, e poi un colloquio canagliesco, trascritto in stile rabelaisiano; o uno scorcio di satira degna di Swift. Ma il complesso ha un tono proprio, e una vitalità affannosa e colossale. Nulla che arieggi i dolcificati entusiasmi di un Longfellow, l'umanitarismo un po' confusionario del Whitman, e nulla dell'umorismo bozzettista dentro al quale Bret Harte ed altri impiccolirono la avventura dei pionieri. Dicevo che *Moby Dick* è un libro furioso, tetro, faustiano; tanto è vero che, ai suoi riguardi, gli uomini sembrano non aver trovato miglior rimedio di quello che applicarono ad un'opera d'altra natura: *I viaggi di Gulliver*, ma fatta per turbarli anche più profondamente; figurando di credere non si trattasse che d'un racconto per i bambini ». Con questa differenza, aggiungo io: che la *saeva indignatio* di Swift, velata dal ghigno umoristico dei *Viaggi di Gulliver*, è rivolta principalmente contro l'Umanità; mentre il *grim humour* di Melville, balenante nella tetra notte di tempesta di *Moby Dick*, è diretto contro tutta la Natura.

Oltre Emilio Cecchi, poi, in Italia il maestro di color che sanno di lingua e di letteratura angloamericana, dico Mario Praz, s'è ripetutamente occupato di Melville, descrivendone la vita e l'opera. Simbolismo ed allegoria, scrive il Praz, sono le note dominanti dell'opera, assai ineguale, di Herman Melville: il problema del male assume in essa veste mitica ed epica. Nato nel 1819 a New York City, di antica e nobile famiglia, passò gli anni della giovinezza, dal 1837 al 1842, su baleniere e navi da guerra, menando vita avventurosa, che egli poi rievocò nelle sue opere. Nel 1842, in seguito a maltrattamenti da parte del capitano della baleniera *Dolly*, abbandonò la nave con un compagno a Nukahura, nelle isole Marquesas, dove si trovò

tra la tribù dei cannibali dei Typee, che lo tennero per quattro mesi legato con lacci spirituali di timore e di amore, finchè egli riuscì a liberarsene trovando scampo su una nave di passaggio. Tali avventure nei Mari del Sud, in cui poi dovevano seguirlo lo Stevenson e il Kipling, trovarono espressione nei suoi due libri *Typee* e *Omoo*, che suscitarono sorpresa e scandalo. Ammogliatosi nel 1844 e ritiratosi in una fattoria del New England, visse, tra debiti, la minaccia della cecità ed un matrimonio infelice, una vita di miseria, nella quale scrisse la sua opera *Moby Dick*, che fu pubblicata nel 1851. Mentre la componeva, scrisse a Hawthorne: « Noi siamo proclivi a pensare, che Dio non possa spiegare i suoi segreti, che Egli stesso desidererebbe qualche piccola informazione su certi punti. Noi mortali Lo rendiamo attonito, come Egli rende attoniti noi... Io ho scritto un tristo libro (*a wicked book*), e mi sento così immacolato come l'agnello ». Questo libro è *Moby Dick*, in cui, come scrive il Praz, la vicenda frenetica del capitano *Ahab*, che corre gli oceani in caccia della balena bianca *Moby Dick*, nella quale par concentrata tutta la cieca malevolenza del desolato universo, fissa in un'epopea multiforme, e a tratti gagliarda come poesia primitiva, il motivo dominante della lotta tra l'uomo e la Natura, continuamente domata e sempre invitta.

Tale motivo è splendidamente illuminato dal grande scrittore inglese D. H. Lawrence in quelli, che il Cecchi giustamente chiama « incomparabili » *Studies in Classic American Literature*, del 1924; dei quali uno è dedicato a *Typee* e *Omoo* ed un altro a *Moby Dick*. Il Lawrence comincia col dire: « Per me il più grande osservatore e poeta del mare è Melville. La sua visione è tanto più vera di quella di Swinburne... tanto più sana di quella di Conrad... Melville è strano, irreale e un po' repellente, come tutte le creature marine, e non ha proprio nulla dell'animale terrestre. V'è qualcosa di ambiguo e sfuggente in lui, e vi fu chi lo disse addirittura pazzo o sciocco. Ma non era nè l'uno nè l'altro: un animale marino, piuttosto, come quei terribili Vikinghi dalle gialle barbe, che solcarono le ondè su navi rostrate. Un moderno Vikingo ». Ed aggiunge: « Era un profondo, grande artista, Melville... È un gran libro *Moby Dick*... È un libro bello oltre ogni dire, con un pensiero che fa paura, e certi scossoni tremendi... Uno dei più strani e meravigliosi libri del mondo, con tutto il suo mistero e il suo torturato simbolismo. È un poema del mare ineguagliato, un libro esoterico e profondamente significativo. Abbastanza faticoso, anche... Ma che gran libro, certo il più grande che mai si sia scritto sul mare. Mette davvero paura nelle ossa ». Ma il Lawrence era, come si sa, invasato dall'affermazione e dall'adorazione fallica della vita: quindi, mentre ammirava così altamente la possente descrizione melvilliana della vita oceanica, detestava profondamente quello, che il Cecchi chiama « Timonismo, pessimismo e nihilismo melvilliano »; per cui scriveva: « Mai uomo odiò tanto la vita quanto Melville »; e tirava, perciò, furiosi e donchisciotteschi colpi di spada contro

la parte mistica, metafisica, pessimista e rinnegatrice della vita, nell'opera di Melville; che conferisce, forse, il fascino supremo ad un libro così complesso qual'è *Moby Dick*.

La complessità ed il fascino di un tale libro derivano dal confluire in esso di molteplici elementi, quali è assai raro, od addirittura impossibile trovare così riuniti e fusi in qualsiasi altro libro. Anzitutto la conoscenza diretta e l'esperienza personale del mondo in esso rappresentato: le navi baleniere ed i componenti dei loro equipaggi, uomini di ogni razza e d'ogni clima, di ogni ordine civile e sociale, bianchi, negri, gialli, pellirosse e polinesiani, gentiluomini e manigoldi, civili e selvaggi, puritani e rinnegati, quaccheri e cannibali; la flora e la fauna marina, specialmente i grandi cetacei, di cui quei balenieri vanno in caccia; le calme e le tempeste dell'oceano e dell'aria, tra cui quelle navi veleggiano, e gli astri, che ne dirigono la corsa. Poi la conoscenza scientifica e teorica di quelle manifestazioni di vita inorganica ed organica, sì che par di sentire in Melville parlare di volta in volta l'astronomo, il meteorologo, il geografo, il geologo, il botanico, il zoologo e l'antropologo: il che rende assai faticosa la lettura del suo libro per chi non sia scientificamente preparato. Ma l'arida lucidezza scientifica è vivificata dalla cultura letteraria ed artistica, basata principalmente, come per ogni buon inglese ed americano, sulla conoscenza della Bibbia, ma che si muove con agile armonia tra l'arte e la poesia di tutti gli altri paesi: dall'antico Egitto all'India, dalla Grecia e da Roma al Medio Evo cristiano ed al Rinascimento italiano di Michelangelo e di Benvenuto Cellini, fino ai versi oceanici del *Childe Harold* di Byron. Questi tre diversi elementi sono poi riscaldati e fusi nel crogiuolo di un'arte possente, che è secondo i casi calma o violenta, serena o selvaggia, sorridente o ghignante. Sul tutto infine stende le sue grandi ali quell'albatross del pensiero filosofico, di pessimismo e di idealismo transcendentale, che provocava l'indignazione di D. H. Lawrence e che costituisce invece, secondo me, il fascino maggiore di *Moby Dick*.

Esaminiamo partitamente i singoli elementi, a cominciare dall'esperienza personale di uomini e cose ed animali. Sta innanzi a tutti il pazzo comandante della *Pequod*, il capitano *Ahab*, che nella sua terribile monomania, tesa verso la morte, ripete quasi i pensieri e le parole di *Der fliegende Holländer* di Riccardo Wagner, che già prima di lui, nel 1843, aveva cantato: «Giorno del giudizio! Giorno novissimo! Quando spunterai nella mia notte?... Quando tutti i morti risorgeranno, allora io mi perderò nel nulla. O mondi, finite la vostra corsa! Annientamento eterno, prendimi!» E le espressioni dei componenti il comando e la ciurma della *Pequod*, i monologhi, i dialoghi ed i cori degli ufficiali, dei ramponieri, timonieri, gabbieri e mozzi, fino al carpentiere ed al cuciniere, sono nello stesso stile sarcastico e selvaggio di quelli del *Vascello fantasma* e della nave, che porta *Tristano e Isotta* dall'Irlanda in Cornovaglia. Ma i cuori dei marinai

della *Pequod* sono agitati non dall'amore sessuale, bensì solo dalla brama della caccia alla balena. I gabbieri, issati come scolte sugli alti pennoni, per avvistare all'orizzonte gli sbuffi di vapore della respirazione dei cetacei, appena li scorgono, ne danno l'annunzio all'equipaggio, che l'accoglie con urli di gioia e cala in mare le scialuppe per la caccia: i ramponieri a prua, presso le fiocine; gli ufficiali a poppa, quali timonieri; i quattro vogatori ai remi; e la fune, attaccata come lenza ai ramponi, lunga quattrocento metri, arrotolata in fondo a poppa. Se la scialuppa riesce ad accostarsi a cinque o sei metri dalla balena, sì che il ramponiere può scagliare la sua fiocina, e questa afferra, immediatamente il ramponiere passa a poppa, al timone, e l'ufficiale balza a prua, con la lancia in pugno, per colpire a morte la balena, quando riemerga. Perchè la balena, appena fiocinata, si immerge e può rimanere in fondo anche quasi un'ora, trascinandosi dietro la fune-lenza, che si svolge rapidamente, mettendo in pericolo, coi suoi contorcimenti sul battello oscillante, di gettare in mare o di strangolare qualcuno dei sei uomini della ciurma; i quali, scrive Melville «remano in bocca alla morte, quasi con un capestro intorno al collo... Ma tutti gli uomini nascono con un capestro intorno al collo; ma, solo quando sono afferrati nel rapido, improvviso giro di morte, i mortali realizzano i silenti, sottili, onnipresenti pericoli di vita. E, se siete un filosofo, benchè seduto nel battello della baleniera, non sentirete in cuore più terrore, che se foste seduto di sera accanto al vostro fuoco, con un attizzatoio, invece che con un rampone, al vostro fianco». Ma la balena colpita s'immerge quanto più può. Ecco la descrizione di Melville di una di tali balene, colpita dai tre ramponi dei tre battelli della *Pequod*: «Le tre barche restavano sull'onda che dondolava appena; e noi guardavamo in quella luminosa eternità turchina; ma non un rumore, non un'increspatura, nè una bolla d'aria salivano dall'abisso; e nessuno avrebbe pensato che, in fondo a quel silenzio e quella calma, si dibattesse e rotolasse agonizzando la più grande creatura dei mari. Delle funi che, attaccate alle fiocine, tuffavano perpendicolarmente, si scorgevano pochi palmi. Pareva impossibile che il mostro, come il pendolo d'un orologio, stesse appeso a quei tenui fili. Nel sole obliquo, l'ombre delle barche nell'acqua devono essere state vaste da ricuoprire l'armata di Serse. Chi sa come apparivano terrifici alla balena morente quegli immensi fantasmi, oscillanti sul suo capo». Quest'immagine di Melville ci può ricordare la simile di Dante, nel XXXIII del *Paradiso:*

> Un punto solo m'è maggior letargo
> Che venticinque secoli all'impresa
> Che fe' Nettuno ammirar l'ombra di Argo.

Ma la balena, anche morente, deve riemergere, per trarre gli ultimi respiri. Al momento dell'emersione l'aspetta, diritto sulla prua del battello, il lanciere, che le immerge nel fianco la sua lunga lancia e con essa suc-

chiella e scandaglia, fino a raggiungere il cuore: come fa il macellaio, che col suo lungo, affilato ed appuntito coltello, scanna e spacca il cuore del maiale. La balena sobbalza e si torce, avvolgendosi in una nube di spuma sanguigna; le valvole dei suoi sfiatatoi scattano freneticamente, nei singhiozzi dell'agonia; dalla ferita sgorga, fiotto su fiotto, come la feccia purpurea del vino, il rosso cruore grumoso, emesso dal cuore squarciato. La balena è morta. Ora la si rimorchia lentamente e la si ormeggia ad un fianco della nave; dove una grande battaglia si accende tra le centinaia di pescecani, accorsi all'odore del sangue, per sbranare l'immane cadavere ed ingozzarsi di lardo e di carne, ed i marinai, che, per difendere la loro preda, colpiscono con le picche le teste degli squali e molti ne uccidono, ma spesso sono anche essi da quelli azzannati. È uno dei tanti aspetti dell'universale lotta per la vita, del *bellum omnium contra omnes*, come quando, dice Melville « in mezzo a tutto l'orrore fumante ed il diabolismo di una battaglia navale, si vedono i pescecani guardare bramosamente sulla tolda della nave, come cani affamati sotto una tavola, su cui si taglia la carne, pronti a balzare su ogni uomo ucciso o ferito, che cada fuori bordo; e, mentre i valorosi macellai sul ponte si tagliano cannibalescamente le loro carni vive con lame taglienti, tutte dorate ed infioccate, anche gli squali, sotto la tavola, si disputano la carne morta con le loro fauci ingemmate. E se si capovolgesse sotto sopra tutta la faccenda, il risultato sarebbe presso a poco lo stesso: cioè un repugnante affare pescecanesco per tutte le parti ». Ed infatti, appena diradati i pescecani con le picche e le lanterne di bordo, il secondo ufficiale *Stubb*, che aveva dato il colpo di grazia alla balena, se ne fa apparecchiare una cotoletta dal vecchio cuoco negro di bordo e la gusta, *saignante* ed appena abbrustolita, con lo stesso piacere, con cui assaporano il porco arrostito i Cinesi, descritti da Charles Lamb in *A Dissertation upon roast Pig*. E *Stubb*, per giunta, mentre mangia, impone al cuoco, come *Don Giovanni* a *Leporello*, di tenere un sermone ai sottostanti pescecani, per esortarli ad essere più educati e moderati. Il sermone è degno di Swift: « Voi, voraci creature-compagni, io non voglio molto biasimarvi; questa è la natura, e non v'è rimedio: ma governare quella trista natura, questo è il punto. Voi siete pescecani, certamente; ma, se governate il pescecane in voi, allora sarete angeli: perchè ogni angelo non è che il pescecane ben governato. Ora su, fratelli, cercate di essere educati, astenendovi da quella balena. Non ne strappate il grasso dalla bocca del vostro prossimo, vi dico. Non vi è un pescecane, che ha il diritto di uccisore di quella balena? E, per Dio, nessuno di voi ne ha il diritto; quella balena appartiene a qualche altro. Io so, che qualcuno di voi ha la bocca assai grande, più grande di altri; ma a volte le bocche grandi hanno ventri piccoli; così che la grandezza delle bocche è fatta, non per ingoiare molto, ma per dare anche bocconi di lardo alla minuta fragaglia dei pescecani, che non può affrontare da sè quel flagello ». — « Ben detto, vecchia lana »! gridò *Stubb*. « Questa

è Cristianità; procedi »! Ma la vecchia lana risponde, che i sermoni non fanno alcun effetto: *Vox clamantis in deserto.*

Ma da questo episodio MELVILLE passa a considerare l'universale cannibalismo degli uomini: « Andate il sabato al mercato delle carni e vedrete la folla di bipedi vivi, che guardano le lunghe file di quadrupedi morti. Quella vista non sana i cannibali? Cannibali? Chi non è cannibale? Io vi dico, che è più giustificato, anche pel giorno del giudizio, il Figiano, previdente, che sala e serba, per un'eveniente carestia, un magro missionario, anzi che un civilizzato ed illuminato *gourmand,* che inchioda sopra una tavola un'oca e ne fa ingrassare il fegato per il suo *paté de-foie gras* ». Il che corrisponde a quel che aveva scritto, per gli uomini, Leonardo da VINCI: « E il corpo di questi si farà sepultura e transito di tutti i già, da lor morti, corpi animati »; e che ERACLITO aveva già detto per tutti gli esseri viventi: « Immortali mortali, mortali immortali, viventi della morte degli altri, morenti per la vita degli altri: Ἀθάνατοι θνητοί, θνητοί ἀθάνατοι, ζῶντες τὸν ἐκείνων θάνατον, τὸν δὲ ἐκείνων βίον τεθνεῶτες ». Contemporaneamente ad ERACLITO in India Gotamo BUDDHO aveva concisamente esposto questa legge di vita nel discorso CXXIX del *Majjhimanikâyo*: « Divorarsi l'un l'altro qui vige, uccidere il debole: *aññamaññakhâdikâ ettha vattati, dubbalamârikâ* ». Il che corrisponde quasi letteralmente alle parole, che usa MELVILLE, parlando dell' « universale cannibalismo del mare, di cui tutte le creature si divorano l'un l'altra, continuando una eterna guerra fin dal principio del mondo ».

Dopo l'intermezzo dei pescecâni si riprende a bordo l'attività pratica per l'utilizzazione della balena. Si stacca e si sospende la testa enorme, che rappresenta un terzo del corpo dell'animale: per estrarne i fanoni, se si tratta di balena propriamente detta; per cavarne il prezioso *spermaceti,* se si tratta di capodoglio; che nell'enorme pozzo della sua formidabile vuota testa contiene appunto quel grasso fluidissimo, molto superiore all'olio estratto dal lardo del corpo. Perciò appunto la nave *Pequod* del capitano *Ahab* disdegnava e trascurava le balene mysticete e cacciava di preferenza il feroce e combattivo capodoglio, che gli angloamericani chiamano *Sperm-whale* o balena da spèrmaceti, i francesi *Cachalot,* i groenlandesi *Kegutilik,* gli islandesi *Tvedhval* ed i zoologi *Physeter macrocephalus* o *Catodon macrocephalus.* Anche perchè il capodoglio fornisce quella particolare sostanza odorosa, detta *ambergris,* usata in profumeria, secreta da parte dei visceri, irritate da sostanze estranee: così come sono secrete le perle nei mantelli delle ostriche perlifere. A ciò appunto si riferisce D. H. LAWRENCE nel saggio su citato, quando scrive: « C'è qualcosa di opprimente in queste cacce alla balena, qualcosa di superumano e inumano, di più grande che la vita e più terribile di ogni altra umana attività. E il capitolo sull'*ambergris* così curioso nella sua irreale realtà; e l'altro ancora, intitolato *The Cassock,* il più antico pezzo fallico di tutte le letterature ». Che cos'è

questa *Casacca?* Presso l'argano della nave, dice Melville, nell'imbrunale sottovento v'è un curioso oggetto nero, cilindroconico, lungo più di due metri, largo alla base più di trenta centimetri: è un idolo dei tempi preistorici, l'idolo adorato dalla regina Mascia, com'è riferito nel 15° capitolo del primo libro dei *Re*, nella Bibbia; è il *lingam* degli indiani, il φαλλός dei greci, il *phallus* dei latini: in breve, è il pene del capodoglio. Ora ecco si avanza il marinaio tagliatore, che sminuzza il lardo della balena, per farlo squagliare nelle caldaie, seguito da due accoliti: si caricano sulle spalle il *grandissimus*, come lo chiamano i marinai, lo portano sul castello di prua e lo scuoiano della pelle, come si scuoia la pelle di un boa, rovesciandola da dentro in fuori; la stirano, per raddoppiarne il diametro, e l'asciugano; quindi la tagliano per la lunghezza di un metro all'estremità e vi praticano due incisioni, per passarvi le braccia. Ciò fatto, il tagliatore vi infila il suo corpo nudo e, vestito di tale nera casacca talare, procede, sopra una specie di pulpito, all'atto sacrale di affettare il lardo, mentre gli ufficiali gli gridano «fogli di bibbia, fogli di bibbia», per incitarlo a tagliare fette sottilissime, che si squagliano più completamente. Non so, se tale rito fallico esista ancora sulle navi baleniere moderne, in cui tutto, compreso lo sfasciamento e lo squagliamento del lardo, è fatto meccanicamente. Allora, invece, tutto era eseguito a mano; anche lo spappolamento dello *spermaceti*, di cui Melville dà una di quelle sue splendide descrizioni che destavano l'entusiasmo di Lawrence, ammiratore della parte realista empirica di *Moby Dick*.

Ad essa fa riscontro il realismo scientifico teorico, che è un altro lato dell'eccellenza di scrittore di Melville: lato, però, che rende faticosa e pesante, per molti lettori, la lettura di *Moby Dick*; in cui l'autore ha intrecciato tutte le conoscenze scientifiche, da lui acquisite con lo studio e con osservazioni personali, sulla costituzione e la vita delle balene e dell'oceano, esponendole con esattezza e lucidezza d'espressione incomparabili. Egli, infatti, aveva raccolto tutto quello, che si era detto e scritto intorno alle balene, a cominciare dai libri di *Giobbe* e dei profeti del *Vecchio Testamento*, passando per Aristotele, Plutarco, Plinio, Luciano, le narrazioni medievali di Alfredo il Grande, Montaigne, Rabelais, Bacone, Thomas Browne, Linneo, etc., fino a Cuvier e Darwin ed ai racconti dei balenieri, suoi immediati predecessori e contemporanei, come Scoresby, aggiungendovi le sue proprie osservazioni. Così nel Capitolo *Cetologia*, pure attardandosi ad includere i cetacei nelle torme equoree dei pesci, ne dà una numerosa classificazione zoologica e non manca, di riportare dal *Sistema Naturae* i caratteri, per cui Linneo li aveva classificati, *ex lege naturae jure meritoque*, quali mammiferi, cioè: il sangue caldo, col cuore biloculare, i pulmoni le palpebre mobili, le orecchie cave, penem intrantem, feminam mammis lactantem. Alle osservazioni zoologiche egli aggiunge quelle di anatomia comparata, specialmente di osteologia comparata tra i crani delle balene

e quelli dei capodogli, e quelle di fisiologia comparata, tra cui è interessantissima la descrizione della enorme e possente coda della balena: « Tutto l'organo sembra un denso tessuto di tendini tra loro saldati; ma, tagliandolo, si trova, che esso è composto di tre strati distinti: superiore, medio ed inferiore. Le fibre degli strati superiori ed inferiori sono lunghe ed orizzontali; quelle del medio cortissime, ed incrociate tra gli strati esterni. Questa struttura trina dà, più che ogni altra cosa, potenza alla coda. Allo studioso di antichi muri romani questo strato mediano fornisce un curioso parallelo al sottile strato laterizio, che sempre si alterna con gli strati di pietra in quelle mirabili reliquie dell'antichità, dando tanta forza e resistenza a quelle murature. Ma, come se questo vasto potere locale della muscolosa coda non bastasse, l'intero corpo della balena è annodato ad essa con un tessuto di fibre e filamenti muscolari, che, passando pei fianchi, corrono verso la coda ed insensibilmente si fondono in essa, sì che la smisurata forza dell'intera balena sembra concentrarsi nella coda... Nè questa stupefacente forza oblitera la graziosa flessibilità dei suoi movimenti, in cui le ondulazioni della grazia infantile si svolgono attraverso una potenza titanica; anzi quei moti ne traggono la più stupenda bellezza. La forza reale non sminuisce la bellezza o l'armonia, anzi spesso l'accresce; ed in ogni cosa imponentemente bella la forza ha quasi un effetto magico. Togliete i muscoli, che sembrano scoppiare dal marmo di Ercole scolpito, e l'incanto se ne va. Quando il devoto Eckermann sollevò il lenzuolo dal cadavere nudo di Goethe, fu sopraffatto dalla vista di quel torace, che sembrava un arco di trionfo romano. Quando Michelangelo dipinge Dio Padre in forma umana, vedete che forza gli dà. E, per quanto rivelino di divino amore nel Figlio le dolci, ricciolute, ermafroditiche pitture italiane, che più felicemente lo hanno impersonato; queste pitture, così destituite di muscolatura, non indicano altra forza, che quella puramente negativa e femminile della sottomissione e della pazienza, che formano le peculiari virtù pratiche del suo insegnamento ». Dopo questa digressione, Melville passa a descrivere i vari movimenti della coda della balena e le loro diverse funzioni, facendone un suggestivo paragone con la proboscide dell'elefante; per quanto, egli dice, paragonata alla coda della balena, la proboscide dell'elefante è come lo stelo di un giglio. Ma, come appendice a questo singolare paragone, può leggersi quel che cinquant'anni dopo *Moby Dick*, nel 1902, Rudyard Kipling scrisse sulla genesi e le funzioni della proboscide dell'elefante nel suo racconto sul figlio dell'elefante, *The Elephant's Child*.

Gli studi e le osservazioni scientifiche di Melville, però, non si arrestano alla zoologia, all'anatomia ed alla fisiologia delle balene; esse si estendono anche alla loro biologia ed alla paleontologia. Famosa è la sua descrizione della loro pastura, degli immensi campi di *plankton* oceanico, costituiti principalmente di diatomee, che egli chiama *brit*, in cui egli si trova a veleggiare insieme con le balene franche intente alla loro pastura: « Ci

trovammo in mezzo a vasti prati di *brit*, la gialla sostanza microscopica, di cui largamente si nutre la balena franca. Essa ondeggiava per leghe e leghe intorno a noi, sì che pareva di veleggiare attraverso sterminati campi di messi d'oro. Numerose balene nuotavano lentamente, con le bocche aperte, attraverso il *brit;* che, aderendo ai fanoni frangiati di quelle meravigliose persiane alla veneziana delle loro bocche, erano in tal modo filtrate dell'acqua, che scorreva dalle loro labbra. Come mietitori mattutini, che a fianco uno dell'altro si avanzano lentamente con le loro falci tra l'erba bagnata degli umidi prati: proprio così nuotavano quei mostri, facendo uno strano suono erboso, tagliente, e lasciando dietro di loro lunghissimi solchi di azzurro sul mare giallo ». Viene poi la descrizione accurata della vita, per così dire privata, delle balene. Anzitutto di quelle, che i balenieri chiamano *scuole* con i *maestri di scuola*: cioè gruppi di una ventina di femmine, dirette e comandate da un maschio vigoroso, che è il pascià di quel harem. Poi l'incontro, veramente di epica grandiosità, nello Stretto della Sonda, tra Giava e Sumatra, di quella, che Melville chiama la *Grand Armada*: cioè una torma di centinaia di capodogli, costituenti un cerchio di molte miglia quadrate, alla cui tumultuosa periferia si aggirano nuotando i maschi, mentre nel centro, calmo come un lago, si svolgono le nozze delle coppie in amore, le funzioni delle femine pregne, partorienti e lattanti, ed i giochi dei loro piccoli figli. Ed infine, dopo questi quadri di vita oceanica, ecco uno sguardo ed un tocco di mano maestra nella storia geologica dei cetacei fossili, a cominciare da quell'antico progenitore eocenico, scoperto nel 1842 nell'Alalabama e battezzato *Zeuglodon macrospondylus* da Owen, fino agli attuali discendenti. Nello scrivere la storia di tali esseri giganteschi Melville sente ingigantirsi anche il suo spirito e prorompe in accenti epici: « Inconsapevolmente la mia scrittura si espande in maiuscole da manifesto. Datemi una penna di condoro! Datemi per calamaio il cratere del Vesuvio! Amici, tenetemi le braccia! Perchè nel solo atto, di mettere su carta i miei pensieri su questi leviatani, esse si stancano e mi fanno quasi svenire per la vastità del tema, che abbraccia l'intero cerchio delle scienze, e tutte le generazioni delle balene, e degli uomini, e dei mastodonti, passati presenti e futuri, con tutti i mutevoli panorami degli imperi sulla terra, ed attraverso l'intero universo, non escludendo i suburbii. Tale, e così magnificante, è la virtù di un grande e libero tema! Noi ci espandiamo alla sua grandezza. Per produrre un libro possente, bisogna scegliere un tema possente! Nessun volume grande e duraturo può esser mai scritto sopra una pulce, sebbene diversi l'abbiano tentato... Quando io sto tra questi possenti scheletri di leviatani, passati e presenti, simili e dissimili tra loro, attraverso forme incalcolabili, mi sento come portato dall'onde a quel meraviglioso periodo, quando il tempo non era ancora cominciato: perchè il tempo ebbe principio con l'uomo ». Questo è lo stesso ordine di pensieri, che faceva scrivere a Giordano Bruno, nella sua lettera alla signora Morgana, dedi-

candole *Il Candelaio*: « Con questa filosofia l'animo mi s'aggrandisce e mi si magnifica l'intelletto »; e faceva dire a *Talete* nel *Faust* di Goethe: « Coi piccoli si fanno piccole cose, coi grandi il piccolo divien grande »; e faceva esclamare allo stesso *Faust*: « Di fresco spirito mi sento io pervaso: figure grandi, grandi rimembranze:

Vom frischen Geiste fühl' ich mich durchdrungen:
Gestalten gross, gross die Erinnerungen! »

Già in questi pezzi di descrizioni scientifiche si nota la potenza della espressione artistica di Melville, sulla quale io non mi fermo, perchè essa è stata già ampiamente illustrata e magnificata da scrittori più competenti di me in tale campo, quali i su citati Emilio Cecchi, Mario Praz e D. H. Lawrence. Voglio solo indicare quel pezzo del sole *doratore*, quando i rematori nei battelli piano piano si addormentano sognando, cullati dalle onde lunghe e dolci dell'Oceano Pacifico in stato di calma: « sono momenti di quiete sognante, quando, contemplando la tranquilla bellezza e lo splendore della pelle dell'oceano, uno dimentica il cuore di tigre, che palpita sotto di essa, e non vorrebbe ricordarsi, che quella zampa di velluto cela un artiglio implacabile... O radure erbose! o primaverili paesaggi dell'anima!... se queste calme beate potessero sempre durare! Ma gli intrecciati ed intricati fili della vita sono tessuti in trama ed ordito: le calme sono attraversate dalle tempeste, una tempesta per ogni calma. Non v'è nella vita un progresso continuo; noi non avanziamo per gradi — attraverso l'inconscio prenatale, l'incanto dell'infanzia, la fede spensierata della giovinezza, il dubbio della adolescenza, quindi lo scetticismo, poi la miscredenza, per fermarsi infine nel riflessivo riposo del *se*. Ma, una volta trapassati, ricominciamo il giro, e siamo di nuovo infanti, fanciulli ed uomini ed eternamente *se*. Dov'è l'ultimo porto, dal quale più non si salpa? In quale etere d'estasi veleggia il mondo, di cui anche il più stanco non vuole essere mai stanco? Dov'è celato il padre del trovatello? Le nostre anime sono come quegli orfani, di cui le madri nubili muoiono nel partorirli: il segreto della nostra paternità giace nella loro tomba ». Ed allora? Allora, dice Melville: « Ammira, o uomo, e prendi a modello la balena, per la sua temperatura costante. Vivi in questo mondo, senza essere di esso. Sii freddo all'equatore, e caldo al polo. Conserva, o uomo, come la grande balena e la grande cupola di San Pietro, una temperatura tua propria in tutte le stagioni. Ma, come è facile e come è disperato insegnare queste belle cose! Delle creature, quante poche sono grandi come la balena; delle costruzioni, quante poche hanno una cupola come quella di San Pietro! » E perchè ciò? Perchè la sete di vivere ci tiene sempre attaccati al giro della vita: come Issione alla sua ruota, Sisifo al suo sasso, Tantalo alla sua acqua: « O diabolica tantalizzazione degli dei! » E che fanno gli dei? « Ecco, voi, che credete negli dei tutta bontà, e negli

uomini tutto male: guardate! e vedete gli dei onniscienti dimentichi dell'uomo che soffre, e l'uomo, benchè idiota ed ignaro di quel che fa, pure ancor pieno di dolci sensi di amore e di gratitudine! » Allora è meglio alzare arditamente la fronte al cielo e sfidare gli dei oltre le nubi. In me, dice il capitano *Ahab*: « V'è più che non sia in voi, o grandi dei. Io rido ed urlo contro di voi, che giocate con noi, voi tormentatori ed uccisori, sordi e ciechi. Io non vi dirò come gli scolari ai più anziani, che li seviziano: Prendetevela con uno eguale a voi, non battete *me*! No, voi mi avete gettato a terra, ed io mi sono rialzato; ma voi vi siete nascosti. Venite fuori dalle balle di cotone delle vostre nubi. Venite, e vedete, se potete farmi deviare! Farmi deviare? Voi non potete farmi deviare, a meno che facciate deviare voi stessi. La via per il mio fine è fissata su rotaie di ferro, su cui l'anima mia è costretta a correre. Sopra gorghi insondati, attraverso i cuori delle montagne, sopra i letti dei torrenti io corro senza deviare. Non ostacoli, non angoli per la via di ferro ». Questa sfida alle potenze celesti ricorda quella di Lucrezio e quella, che venti anni prima di Melville aveva pronunziata Leopardi:

Me certo troverai.....
Erta la fronte, armato,
E renitente al fato,
La man che flagellando si colora
Nel mio sangue innocente
Non ricolmar di lode,
Non benedir, com' usa
Per antica viltà l' umana gente.

E negli dei, che giocano con i dolori degli uomini, ritorna anche l'immagine di Leopardi, della natura, paragonata ad un crudele fanciullo:

La natura crudel, fanciullo invitto,
Il suo capriccio adempie, e senza posa
Distruggendo e formando si trastulla.

E sul tutto si sentono risuonare le grandi voci disperate nel *Re Lear* di Shakespeare: « Datemi pazienza, voi cieli, di pazienza ho bisogno! Voi mi vedete qui, voi dei, un povero vecchio, pieno d'anni e di dolore, miserabile in tutto... Come mosche per fanciulli capricciosi, siamo noi per gli dei; essi ci uccidono per loro gioco:

As flies to wanton boys, are we to the gods;
They kill us for their sport.

Così si arriva all'ultimo elemento della composizione dell'opera di Melville e si entra in quel suo campo di Timonismo, pessimismo e nihilismo, che tanto dispiaceva al Lawrence. Gli dei di Melville sono una delle sue

immagini della Natura, che egli chiama matrigna, *step-mother*, come la chiama anche LEOPARDI:

> Madre è di parto e di voler matrigna.
> Natura, illaudabil maraviglia,
> Che per uccider partorisce e nutre.

E fin qui siamo nella visione diretta, se anche astratta, della Natura. Ma MELVILLE, conforme al pensiero di GOETHE, che tutto quel che è transitorio e caduco è solo un simbolo « *Alles Vergängliche Ist nur ein Gleichniss* », cerca nel suo mondo concreto oceanico un simbolo della malvagia Natura, e lo trova in *Moby Dick*, la balena bianca, il leviatano, il canuto e feroce capodoglio, da cui è stato mutilato il capitano *Ahab* e contro cui è rivolto tutto il suo odio feroce.

Il *leviathan* dei libri di *Giobbe* e di *Giona* era stato scelto da HOBBES come il simbolo dello Stato, oppressore ed annientatore dell'Individuo. MELVILLE ne fa il simbolo dell'empia Natura, distruttrice degli individui, da lei stessa prodotti; per cui, egli dice, « anche il bruto animale ha lo istinto della conoscenza del demonismo nel mondo: giacchè, sebbene in molti dei suoi aspetti questo visibile mondo sembri formato in amore, le invisibili sfere sono formate in terrore ». E dice le ragioni, per cui egli fa di *Moby Dick* una balena bianca: « Ma non abbiamo ancora risolto l'incantesimo di questa bianchezza e trovato perchè abbia un così potente influsso sull'anima: e, cosa più strana e molto più portentosa, perchè essa sia insieme il simbolo più significativo di cose spirituali, il velo stesso, anzi, della Divinità Cristiana, e pur tuttavia un fattore d'intensificazione nelle cose che più atteriscono l'uomo. È forse ch'essa adombra colla sua indefinitezza i vuoti e le immensità spietate dell'universo, e così ci pugnala alla schiena col pensiero del nulla, quando contempliamo le bianche profondità della Via Lattea? Oppure avviene che nella sua essenza la bianchezza non è tanto un colore, quanto l'assenza visibile di colore e nello stesso tempo la fusione di tutti i colori: avviene per questo che c'è una tale vacuità muta e piena di significato in un paesaggio vasto di nevi, un incolore ateismo di tutti i colori, che ci fa rabbrividire? E quando consideriamo quell'altra teoria dei filosofi naturali, che tutte le altre tinte terrene, qualsiasi decorazione maestosa e graziosa, le dolci sfumature occidue dei cieli e dei boschi, e i velluti dorati delle farfalle e le guance di farfalle delle ragazze, quella teoria che tutte queste cose sono soltanto astuti inganni non connaturati in realtà alle sostanze, ma soltanto sovrapposti dall'esterno, cosicchè tutta la divina Natura si dipingerebbe come la puttana, le cui lusinghe non ricoprono altro che l'interno ossario, e quando andiamo ancor oltre e pensiamo che il mistico cosmetico, il gran principio della luce, che genera ciascuno dei suoi colori, rimane in sè stesso bianco e incolore e, se operasse

sulle cose senza intermediario, vestirebbe ogni oggetto, perfin le rose e i tulipani, colla sua tinta vacua: quando meditiamo tutto questo, l'universo paralizzato ci sta innanzi come un lebbroso; e come quei risoluti viaggiatori della Lapponia, che si rifiutano di portare occhiali colorati sugli occhi, così lo sventurato miscredente contempla, tanto da accecarsi, il monumentale sudario bianco che gli ravvolge ogni prospetto intorno. E di tutte queste cose la balena albina era il simbolo. Vi stupite dunque della caccia feroce?»
In tale caccia feroce il capitano *Ahab* finì col ferire, senza poterla uccidere, la terribile ed invincibile balena bianca; la quale, invece, nel suo furore mandò a fondo *Ahab* ed i suoi uomini, i suoi battelli e la sua nave; e tutto disparve, ed il grande sudario del mare ondeggiò così, come aveva ondeggiato nei precedenti millenni. E dal funere nefando uno solo si salvò: *Ismaele*, cioè MELVILLE, per vedere e narrare le vicende del tragico dramma. A chiusa del quale, sulla tomba oceanica dell'indomito cuore di *Ahab* avrebbero potuto ben risuonare i versi, che LEOPARDI aveva cantati pel suo cuore:

Posa per sempre. Assai
Palpitasti. Non val cosa nessuna
I moti tuoi, nè di sospiri è degna
La terra. Amaro e noia
La vita, altro mai nulla: e fango è il mondo.
T' acqueta omai. Dispera
L' ultima volta. Al gener nostro il fato
Non donò che il morire. Omai disprezza
Te, la natura, il brutto
Poter che, ascoso, a comun danno impera,
E l' infinita vanità del tutto.

E non solo questo. Tutto il dramma del *Moby Dick*, sul quale MELVILLE ha intessuto il vasto e variopinto arazzo del suo volume di più di seicento pagine, può esser contenuto, come *in nuce*, nelle sei pagine del *Dialogo della Natura e di un Islandese*, composto da LEOPARDI nel 1824: con la sola differenza, che *Ahab* odia ed insegue la Natura, incarnata nella balena bianca, mentre l'Islandese la teme e la fugge e pur finisce, sotto l'equatore africano, con imbattersi in Lei, bella e terribile, che gli dice: «Così fugge lo scoiattolo dal serpente a sonaglio, finchè gli cade in gola da sè medesimo. Io sono quella che tu fuggi». E medesima è la fine.

Nel libro di MELVILLE, però, v'è ancora, oltre il contenuto filosofico morale, qualche cosa di mistico e di metafisico, di cui s'è potuto scorgere già un barlume nella descrizione, qui sopra riportata, del simbolismo della balena bianca. La magia illusoria delle forme e dei colori, ivi descritta, è la *maiyâ* dell'antica filosofia indiana; è quella, che nel prologo *Degli eroici furori*, GIORDANO BRUNO chiama «una superficie, un'ombra, un fantasma,

un sogno, un circeo incantesimo, ordinato al servizio della generazione, che ne inganna sotto specie di bellezza ». E la bianchezza del leviatano albino, l'astrattezza e la vacuità della luce bianca è, in fondo, il *vuoto* di Lao-tse, la *tanhâ* o sete di vivere di Buddha, la *sitis aequa* di Lucrezio, l'inconoscibile *Ding an sich* di Kant, il *Wille zum Leben* di Schopenhauer, l'*Assoluto* di Hegel, il *Wille zur Macht* di Nietzsche, il *Dio* dei cristiani: insomma l'ignoto ed inconoscibile *Noumenon*, da cui scaturiscono tutti i sensibili *fenomeni* e contro cui si rivolge l'odio feroce del protagonista di Melville.

Ma Melville procede anche oltre, dalla considerazione dell'esteriore natura all'introspezione dell'interiore spirito dell'uomo, come quando esclama: « O Natura, ed o anima dell'uomo! Come oltre ogni espressione sono legate le vostre analogie! Non il minimo atomo si muove e vive nella materia, che non abbia il suo intellettivo duplicato nella mente!... Oh come immateriali sono tutte le cose materiali! Quali cose reali vi sono, che non siano imponderabili pensieri? » Con tale ordine di pensieri egli finisce col vedere l'universo come un mondo di balenieri, di balene e di pescecani, respiranti e dibattentisi nell'oceano della vita. Così giungiamo alla massima espressione di tale immagine, quella pronunziata da Buddha e contenuta nel quarto libro dei suoi discorsi del *Samyuttakanikâyo:* « L'oceano, l'oceano, secondo l'espressione dell'uomo comune, è una vasta estensione di acqua, una possente massa d'acqua. Ma per il sapiente l'oceano è l'occhio dell'uomo, e le forme vi suscitano le tempeste; è l'orecchio, ed i suoni vi suscitano le tempeste; è il naso, è la lingua, è la pelle, è la mente dell'uomo, e gli odori, i sapori, i contatti e i pensieri vi suscitano le tempeste. Chi può superare tali tempeste, quegli ha sorvolato l'oceano, con le sue onde ed i suoi vortici, i suoi abissi ed i suoi mostri, è sfuggito, è scampato, è giunto salvo all'altra sponda ». Ma questa salvezza possono raggiungerla solo i santi, distaccati dal mondo, non i balenieri di Melville.

Caratterizzazione del sistema lineare di ipersuperficie cubiche dell'S_5 immagine complessa delle catene bidimensionali dell'S_4 triduale

Nota della dott. **Emilia Tosques**, *presentata dal socio ord.* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 4 giugno 1949)

Sunto. — Si caratterizza il sistema lineare ∞^7 di V_4^3 dell'S_5 composto con la congruenza di piani (S_2) che fornisce la prima rappresentazione complessa dell'S_4 proiettivo triduale, rispondente alle catene bidimensionali di detto S_4 triduale.

1. *Generalità.*

Una catena bidimensionale dell'S_4 triduale rappresentato nella congruenza di piani (S_2) di S_5 [1]) è costituita dai punti di tale S_4 rappresentati negli ∞^2 piani della congruenza (S_2) appoggiati ad un generico S_2 di S_5 [2]).

Detti piani costituiscono una V_4^3 di S_5 la cui equazione si ottiene immediatamente eguagliando a zero un determinante del 6° ordine (che ha nelle prime tre righe le coordinate dei punti P_1, P_2, P_3 (che determinano il generico piano della congruenza) e nelle altre le coordinate di tre punti (indipendenti) che determinano l'S_2) e cioè un determinante del tipo:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & y_1 & y_2 & y_3 \\ 0 & x_1 & 0 & 0 & y_1 & 0 \\ 0 & 0 & x_1 & 0 & 0 & y_1 \\ a' & b' & c' & d' & e' & f' \\ g' & h' & i' & l' & m' & n' \\ o' & p' & q' & r' & s' & t' \end{vmatrix} = 0$$

---

[1]) N. Spampinato. — *Lezioni di Geometria superiore, Vol. V parte Sesta*, § 3, [Casa Editrice Pironti, Via Mezzocannone, Napoli].

[2]) N. Spampinato. — *Le catene t-dimensionali e la Geometria corpoprotettiva nell'* S_r *ipercomplesso di 1. specie sinistro o destro, legato ad un' algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico.*

[Rendiconti Acc. Sc. Fis. e Mat. di Napoli, 1949].

La definizione generale di catena è data dal n. 1. Il caso qui considerato, essendo $n = 3$ l'ordine dell'algebra dei numeri triduali e $t = 2$ la dimensione della catena, risponde al caso delle *catene di dimensione massima* considerate in particolare nel n. 2 di detta nota e quindi tali catene nella 2ª rappresentazione dell'S_4 triduale nella sua riemanniana, sono rappresentate dalle sezioni iperpiane.

Sviluppando il determinante secondo i minori del terzo ordine contenuti nelle prime tre righe ed indicando con costanti arbitrarie i rispettivi complementi algebrici, si perviene all'equazione della ipersuperficie cubica:

$$a'_1x_1^3+a'_2y_1^3+a'_3x_1^2y_1+a'_4y_1^2x_1+a'_5(x_1^2y_2-x_1x_2y_1)+a'_6(y_1^2x_2-y_1y_2x_1)+$$
$$+a'_7(x_1^2y_3-x_1x_3y_1)+a'_8(y_1^2x_3-y_1y_3x_1)=0.$$

Se facciamo variare l'S_2 che determina la catena varierà tale ipersuperficie cubica e descriverà il sistema lineare ∞^7 di V_4^3 di equazione:

$$(1)\qquad a_1x_1^3+a_2y_1^3+a_3x_1^2y_1+a_4y_1^2x_1+a_5(x_1^2y_2-x_1x_2y_1)+$$
$$+a_6(y_1^2x_2-y_1y_2x_1)+a_7(x_1^2y_3-x_1x_3y_1)+a_8(y_1^2x_3-y_1y_3x_1)=0$$

2. — *Caratterizzazione del sistema (1).*

L'ipersuperficie [1]) contiene un S'_3 doppio, quello di equazioni: $x_1=0$, $y_1=0$. Un iperpiano S_4 di S_5 seca la V_4^3 in una V_3^3 e se l'S_4 passa per l'S'_3 doppio per l'ipersuperficie, la V_3^3 si spezza nell'S'_3 contato due volte, e in un altro S_3; S'_3 ed S_3, iperpiani di S_4, s'intersecano in un piano S_2.

La V_4^3 è perciò costituita di ∞^1 S_3 (S_3 generatori della V_4^3) ciascuno dei quali si appoggia ad S'_3 in un piano, ed è inoltre un *ipercono* perchè ammette come triplo il punto T (o a_8, $-a_6$, o, a_7, $-a_5$).

La V_4^3 di equazione (1) ammette nel punto doppio X_2 (010000) l'ipercono quadrico tangente di equazione:

$$-a_5x_1y_1+a_6y_1^2=0$$

che si spezza nei due iperpiani:

$$y_1=0\quad,\quad -a_5x_1+a_6y_1=0.$$

Analogamente l'ipercono quadrico tangente alla V_4^3 nel punto doppio X_3(001000) di equazione:

$$-a_7x_1y_1+a_8y_1^2=0$$

si spezza nei due iperpiani:

$$y_1=0\quad,\quad -a_8x_1+a_7y_1=0.$$

L'ipercono quadrico tangente nel punto doppio Y_2 (000010) di equazione: $a_5y_1^2-a_6x_1y_1=0$ si spezza negli iperpiani: $x_1=0$, $a_5x_1-a_6y_1=0$

L'ipercono quadrico tangente nel punto doppio Y_3 (000001) di equazione: $a_7x_1^2-a_8x_1y_1=0$ si spezza nei due iperpiani: $x_1=0$, $a_7x_1-a_8y_1=0$.

Secando la V_4^3 [1]) con il piano $X_1\ Y_1\ Y_3$ di equazioni: $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $y_3 = 0$, si ha la cubica:

$$a_1 x_1^3 + a_2 y^3 + a_3 x_1^2 y_1 + a_4 y_1^2 x_1 + a_7 x_1^2 y_3 + a_8 y_1 y_3 x_1 = 0$$

Tale cubica ammette il punto Y_3 (000001) come doppio ed in esso come tangenti le due rette di equazioni: $x_1 = 0$, $a_7 x_1 - a_8 y_1 = 0$, intersezioni del piano $X_1\ Y_1\ Y_3$ con l'ipercono quadrico tangente alla V_4^3 nel punto Y_3.

Analogamente la cubica sezione dell'ipersuperficie (1) con il piano $X_1 Y_1 Y_2$ di equazioni:

$$x_2 = 0 \quad , \quad x_3 = 0 \quad , \quad y_3 = 0$$

ammette nel punto doppio Y_2 (000010) le due rette tangenti di equazioni:

$$x_1 = 0 \quad , \quad a_5 x_1 - a_6 y_1 = 0$$

coincidenti con le intersezioni del piano $X_1\ Y_1\ Y_2$ con l'ipercono quadrico tangente alla V_4^3 nel punto Y_2.

La cubica sezione della V_4^3 (1) con il piano $X_1\ Y_1\ X_3$ di equazioni:

$$x_2 = 0 \quad , \quad y_2 = 0 \quad , \quad y_3 = 0$$

ammette nel punto doppio X_3 (001000) come tangenti le due rette di equazioni:

$$y_1 = 0 \quad , \quad -a_7 x_1 + a_8 y_1 = 0$$

intersezioni del piano $X_1\ Y_1\ X_3$ con l'ipercono quadrico tangente alla V_4^3 nel punto X_3. La cubica sezione della V_4^3 (1) con il piano $X_1 Y_1 X_2$ di equazioni:

$$x_3 = 0 \quad , \quad y_2 = 0 \quad , \quad y_3 = 0$$

ammette nel punto doppio X_2 (010000) come tangenti le rette di equazioni:

$$y_1 = 0 \quad , \quad -a_5 x_1 + a_6 y_1 = 0$$

che coincidono con le intersezioni del piano $X_1 Y_1 X_2$ con l'ipercono quadrico tangente all'ipersuperficie V_4^3 nel punto X_2.

Si dimostra, viceversa, che le proprietà trovate per la V_4^3, caratterizzano il sistema ∞^7 (V_4^3) di equazione (1).

La previsione delle disponibilità idriche estive nel Napoletano

Nota del dott. **Cristofaro Mennella,** *presentata dal socio* **C. Colamonico**

(Adunanza del dì 4 giugno 1949)

Sunto. — Dalla distribuzione dei totali mensili della pioggia per un periodo ultrasecolare registrati all'Osservatorio Astronomico di Capodimonte (Napoli) in annate pluviometriche (settembre-agosto successivo) e quindi in semestri *abbondanti* (settembre-febbraio) e *scarsi* (marzo-agosto), e dalla considerazione degli apporti verificatisi entro la fine dell'autunno, del dicembre e del semestre abbondante nelle annate eccezionali, nonchè da correlazioni statistiche sulla successione dei due semestri si ricava un criterio atto alla previsione approssimata ma tempestiva delle disponibilità idriche estive nella zona in quelle annate che dimostrino un andamento eccezionale.

In altri lavori, in corso di pubblicazione, ho trattato, riferendomi alla serie pluviometrica 1821-1947 dell'Osservatorio Astronomico di Capodimonte, della utilità della distribuzione dei dati della pioggia per annate pluviometriche, decorrenti dal 1° settembre al 31 agosto dell'anno successivo, sia agli effetti tecnici che ecologici, della opportunità di ripartire dette annate in semestre *abbondante* (settembre-febbraio) e *scarso* (marzo-agosto) e di altre salienti particolarità di detta serie. Con la presente Nota, utilizzando i risultati ottenuti, viene formulato un criterio pratico per la previsione, con l'anticipo di alcuni mesi, sopratutto delle forti deficienze di acqua durante i mesi estivi.

Riassumo le caratteristiche della serie in esame, che si estende per 126 annate e risale alla fondazione di quell'Osservatorio.

a) *Annate pluviometriche: Media normale annua, mm. 855,7*

Medii mensili:

S	O	N	D	G	F	M	A	M	G	L	A
72,23	116,41	117,34	113,40	97,31	74,59	72,64	64,04	49,76	34,51	15,72	27,24

Totale annuo più elevato: 1242 mm. (annata pluv. 1910-11)
» » meno » 472 mm. (» » 1879-80)

Deviazione positiva massima: 386 mm.; minima: 384 mm.
Amplitudine: 770 mm. (molto più limitata di quella per anni civili).

Scarto quadratico medio: 158,4 mm.
Deviaz. media (d_m): 129,6 mm.; deviaz. probabile (d_p): 109,5 mm.
Errore probabile della Media: ± 9,73 mm.

Classificazione delle annate:

Anni ordinari: (tra $M \pm d_p$, ossia tra 966 e 746 mm.) 64
» lievem. piovosi (tra $M + d_p$ ed $M + 2d_p$, ossia tra 966 e 1076 mm.) 21
» piov. od eccez. piovosi (con oltre $M + 2d_p$, ossia con oltre 1076 mm.) 11
» lievem. asciutti (tra $M - d_p$ e $M - 2d_p$, ossia tra 746 e 636 mm.) 19
» asc. o eccez. asc. (con meno di $M - 2d_p$, ossia con meno di 636 mm.) 11

b) — *Caratteristiche dei semestri:*

	Media normale	totale più elev.	totale meno elev.	scarto quadrat.	deviazione media	deviazione probabile	Errore prob. med.
Sem. abbondante	592,1	922	244	148,2	116,6	98,5	±8,79
Sem. scarso	263,6	507	67	79,7	60,2	50,8	±4,53

c) — *Caratteristiche delle stagioni:*

	Media norm.	totale massimo	e p o c a	totale minimo	e p o c a
Autunno . . .	305,9	644	1910	98	1861
Inverno . . .	285,3	562	1914-15	77	1879-80
Primavera . .	186,4	413	1939	29	1930
Estate	77,5	336	1868	0,1	1928

Il totale massimo dell'estate è sporadico: il successivo meno elevato non è che di 190 mm.

I risultati dell'indagine statistica sulle correlazioni tra i due semestri di ciascuna annata e tra le stagioni successive sono categorici nell'escludere, in linea di massima, una reciproca influenza. Però ho potuto constatare l'esistenza di singolari correlazioni per i valori eccezionali. L'indagine condotta coi metodi comuni aveva fornito:

indice di concordanza tra i due semestri, 0,06 (rapportando i totali alle rispettive medie normali);

idem, — 0,015 tenendo conto della tendenza tra un semestre e il successivo della stessa serie;

coefficiente di correlazione, — 0,019.

Si riscontra inoltre, nelle serie dei due semestri, l'esistenza del noto principio d'inerzia delle forze naturali, dal momento che si rilevano numerosi casi di semestri successivi dello stesso tipo. Inoltre, una certa periodicità è riscontrabile nell'andamento secolare sia dei semestri che delle annate, tuttavia non suscettibile di previsione attendibile.

Agli effetti pratici, più che il valore del totale annuo tornerebbe utile conoscere, data la scarsità delle precipitazioni nella tarda primavera e nella estate nel napoletano, le disponibilità idriche durante l'estate: una singolare correlazione tra semestri eccezionali, riscontrata nella serie in parola, consente utili ragguagli a questo scopo.

Ho voluto precisare, anzitutto, se le annate eccezionalmente piovose od asciutte abbiano o meno un andamento tipico, cioè se sono tali per l'intera durata ovvero per il particolare comportamento di taluni mesi.

Ho preso in considerazione, a tal fine, le annate piovose, (tra 1076 e 1186 mm.) e le eccezionalmente piovose (con oltre 1186 mm.) delle quali riporto i dati nel seguente specchietto (le eccez. piovose sono quelle racchiuse tra parentisi):

Anno pluviometrico	Sem. abbondante	Semestre scarso	Totale annuo
1826-27	890*	187	1077
1846-47	851*	298	1149
1859-60	747	376	1123
1867-68	603	507*	1110
1878-79	868*	301	1169
1899 900	689	470*	1159
1910-11	900*	342	(1242)
1914-15	865*	324	(1189)
1916-17	919*	195	1114
1918 19	789	324	1113
1933-34	785	403	(1188)

Di dette annate:

1° — sei sono sicuramente dovute al totale elevato del semestre abbondante (contrassegnato con asterisco);

2° — due sono dovute, essenzialmente, al semestre primavera-estate;

3° — tre sono dovute ad ambedue i semestri piuttosto piovosi (ma non eccezionalmente piovosi o piovosi).

Va notato però che un semestre autunno-inverno sensibilmente superiore alla media normale rappresenta una condizione favorevolissima per

produrre una annata a totale molto elevato. Infatti per 10 volte il semestre abbondante è stato piovoso od eccezionalmente piovoso, (con oltre 789 mm.) e sempre, in tali casi, si sono avuti totali annui lievemente piovosi, piovosi od eccezionalmente piovosi. In altri nove casi il semestre abbondante ha dato totali tra 740 e 789 mm., e il totale annuo ha sempre superato il limite dei lievemente piovosi (in un sol caso vi è rimasto di poco inferiore).

Nella serie in esame si sono verificate nove annate asciutte (tra 636 e 526 mm.) e due eccezionalmente asciutte (con meno di 526 mm.). In esse, durante l'estate, saranno stati lamentati inconvenienti più o meno gravi. Eccone i dati caratteristici:

Anno pluviometrico	Sem. abbondante	Semestre scarso	Totale annuo
1821-22	409	203	612
1832-33	411	214	625
1834-35	310*	299	609
1843-44	331*	215	546
1861-62	335*	260	595
1879-80	244*	228	(472)
1880-81	318*	232	550
1897-98	362*	236	598
1924-25	318*	262	580
1931-32	447	174	621
1945-46	443	77	(520)

Di dette annate:

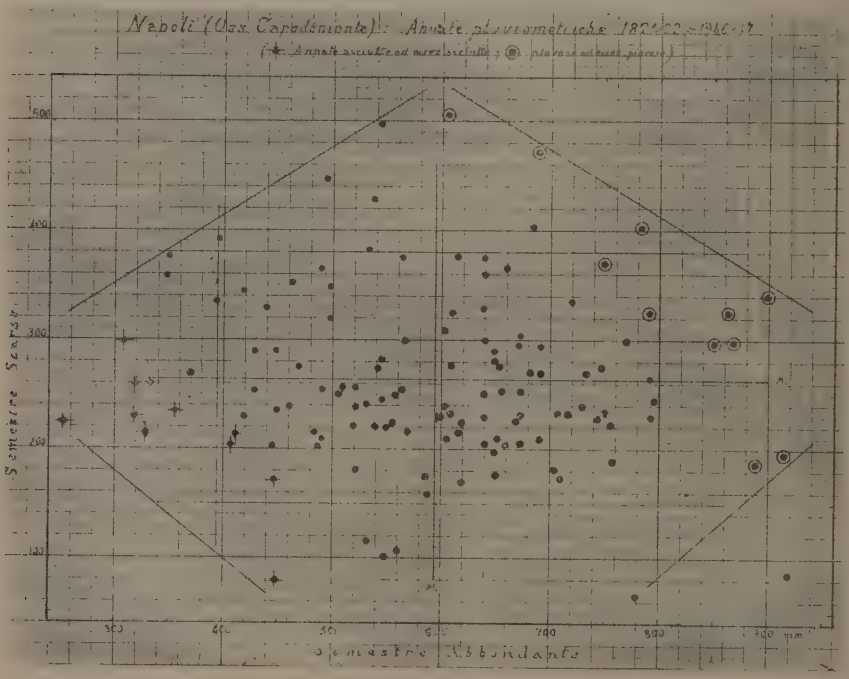
1° — sette sono dovute ad un semestre abbondante asciutto od eccezionalmente asciutto (con semestre scarso ordinario) (V. asterisco);

2° — quattro sono risultate con un semestre abbondante lievemente asciutto seguìto, per una volta da un semestre scarso ordinario, per due volte da semestri scarsi lievemente asciutti e per una volta da un semestre eccezionalmente asciutto.

Rilevo che con autunno-inverno asciutto od eccezionalmente asciutto (con totale inferiore a 395 mm.) e dei quali si rinvengono 10 casi nella serie, si sono sempre avute annate lievemente asciutte, asciutte od eccezionalmente asciutte: anzi, non sono stati mai superati i 728 mm. Per sei volte, poi, il semestre autunno-inverno non ha superati i 345 mm. e, in tali evenienze, il totale annuo è stato sempre asciutto od eccezionalmente asciutto (inferiore a 636 mm.). Da tutto ciò risulta come l'andamento delle annate asciutte od eccezionalmente asciutte sia più uniforme di quello delle annate eccezionali in senso contrario: gli anni asciutti od eccezionalmente asciutti

risultano dalla successione di un autunno-inverno asciutto od eccezionalmente asciutto (con meno di 395 mm.) e di una primavera-estate ordinaria, ovvero di un autunno-inverno lievemente asciutto e di una primavera-estate pressochè dello stesso tipo.

Osservo altresì che non si è mai verificata la successione autunno-inverno asciutto od eccezionalmente asciutto e primavera-estate dello stesso tipo, (la quale darebbe una annata con totale aggirantesi sui 300 mm.) e nem-



meno la successione autunno-inverno asciutto od eccezionalmente asciutto e primavera-estate piovosa od eccezionalmente piovosa; ossia:

gli autunni-inverni eccezionali non sono stati seguiti da primavere-estati eccezionali.

Da questa constatazione si può dedurre:

Ad autunni-inverni eccezionali seguono primavere-estati con totali ordinari, ossia di poco diversi dalla media normale.

Ho potuto comprovare questo importante principio statistico, avvalorato da ben venti casi di autunni-inverni che vi si conformano, riportando in un grafico cartesiano i totali dei semestri autunno-inverno in ascissa e quelli delle primavere-estati in ordinata per le coppie di ciascuna annata pluviometrica: in tal guisa, la posizione del punto rappresentativo rivela la caratteristica sia del totale annuo di pioggia che quella dei due semestri che la costituiscono.

Il risultato della ricerca statistica compiuta mediante l'indice di concordanza e il coefficiente di correlazione, di cui si è detto innanzi, non avrebbe fatto supporre un qualche allineamento caratteristico dei punti rappresentativi: invece nel grafico in parola si notano quattro zone, a sinistra e a destra in alto e in basso, ove non si rinvengono punti, ciò che appunto conferma il principio formulato innanzi. Vi figura una sola eccezione, e anche parziale (annata 1944-45).

L'applicazione di tale principio al termine di un semestre abbondante (fine febbraio) che sia risultato asciutto od eccezionalmente asciutto, escludendo statisticamente una primavera-estate piovosa od eccezionalmente piovosa, potrà tornare di grande utilità per la previsione dell'entità del totale annuo raggiungibile a fine agosto.

Intorno all'andamento di carenza dei semestri abbondanti osservo ancora che si sono verificati nella serie in esame 22 di tali semestri con totali inferiori ai 450 mm., e i totali annui sono risultati lievemente asciutti, asciutti od eccezionalmente asciutti. Per tanto nei 19 casi in cui il semestre abbondante aveva superato i 740 mm. e nei 22 casi in cui non erano stati raggiunti i 450 (41 casi in tutto) l'entità del totale annuo era caratterizzabile più o meno decisamente a fine febbraio, e la disponibilità estiva in gran parte prevedibile.

Ho voluto estendere l'analisi agli andamenti eccezionali già manifestantisi a fine autunno (30 novembre). Nella serie in esame si sono verificati 9 autunni con totali superiori ai 480 mm. (la media normale è di 306 mm.). In detti casi si rileva:

1° — L'inverno non è sempre concordante con l'autunno;

2° — il semestre abbondante è sempre risultato sensibilmente superiore alla propria media;

3° — il semestre estivo non rivela nessuna correlazione;

4° — si hanno, comunque, quasi sempre annate lievemente piovose, piovose od eccezionalmente piovose.

Nello stesso periodo ultrasecolare si riscontrano 12 autunni con totale inferiore a 180 mm. In detti casi si osserva:

1° — in 10 casi su 12, con autunno molto scarso, l'inverno è ugualmente scarso: ciò denota una spiccata tendenza alla persistenza, durante l'inverno, di una siccità già manifestatasi nell'autunno;

2° — il semestre autunno-inverno risulta generalmente asciutto;

3° — la primavera-estate risulta, generalmente, ordinaria;

4° — l'annata risulta in ogni caso lievemente asciutta, asciutta od eccezionalmente asciutta.

Sette delle undici annate asciutte od eccezionalmente asciutte della serie rientrano tra i casi in parola. Complessivamente, 21 annate risultavano già caratterizzabili a fine autunno.

Considerato che, a fine dicembre, in media, sono già caduti poco meno dei quattro quinti del totale ordinario di pioggia del semestre abbondante iniziatosi col settembre, e tenuto conto del fatto che il dicembre è, generalmente, il mese più piovoso tra quelli dell'inverno, ho voluto anche stabilire quale indizio di previsione è desumibile a quella data.

Si sono verificati 20 casi in cui, il 31 dicembre, non erano stati raggiunti i 300 mm. di pioggia, contro i 420 della media normale. In essi, per 9 volte si ebbero annate asciutte od eccezionalmente asciutte, (tutte quelle della serie non sono che 11) per 7 volte annate lievemente asciutte mentre nelle rimanenti 4 si ebbero annate ordinarie ma sempre con almeno 27 mm. al di sotto della media normale. In tutti i casi in parola, già al 31 dicembre si aveva la quasi certezza di una annata lievemente asciutta, asciutta od eccezionalmente asciutta. In 13 dei casi di cui sopra, non erano stati raggiunti, il 31 dicembre, i 250 mm., e le annate corrispondenti non oltrepassarono mai i 763 mm. In 5 casi non si raggiunsero i 200 mm. e in quattro di essi si ebbero annate asciutte od eccezionalmente asciutte e nell'altro una annata lievemente asciutta.

In 13 casi, il 31 dicembre erano caduti oltre 550 mm. di pioggia, e le annate corrispondenti superarono sempre i 950 mm. In 7 casi erano caduti oltre 650 mm. e il totale annuo superò sempre i 1007 mm.

Complessivamente, in 33 casi, già il 31 dicembre si aveva un indizio abbastanza sicuro che il totale annuo sarebbe risultato più o meno eccezionale.

Il bimestre gennaio-febbraio, che completa il semestre autunno-inverno e che talvolta è decisivo nel definire un andamento, ha una media normale di 172 mm. Per 20 volte ha dato meno di 100 mm. ma una volta sola meno di 50 (minimo 24 mm.). Per 6 volte ha dato oltre 300 mm. (massimo 368 mm.) e per 20 volte oltre 250 mm.

Molto più regolare è l'andamento del semestre scarso, e suscettibile di previsione attendibile al termine del primo bimestre, ossia al 30 aprile.

Nella serie in esame, si sono verificati dieci semestri piovosi, (con oltre 365 mm.) e cinque eccezionalmente piovosi. Viceversa, se ne sono avuti 2 asciutti (con meno di 162 mm.) e cinque eccezionalmente asciutti (con meno di 111 mm.).

Detto semestre va nettamente suddiviso nel bimestre marzo-aprile e nel quadrimestre successivo maggio, giugno, luglio, agosto: il primo dà una media di 136 mm. e il secondo di 128. Il bimestre, per 11 volte ha dato meno di 70 mm. e per 4 volte meno di 50 (minimo 9 mm.); per 13 volte ha dato oltre 200 mm. (massimo 262 mm.). Il quadrimestre maggio-agosto per 5 volte ha dato meno di 50 mm. (minimo 20 mm.) e per 4 volte oltre 250 mm. (massimo 364).

Quanto alle correlazioni tra bimestre e quadrimestre si osserva una

spiccata tendenza alla compensazione da parte del quadrimestre allorchè il bimestre sia stato eccezionale in uno dei versi. Però il quadrimestre non riesce mai a compensare un forte svantaggio che si sia verificato nel bimestre marzo-aprile.

Singolarmente interessanti risultano le correlazioni tra l'andamento della primavera e quello dell'estate, allorchè il primo risulti eccezionale. Ho rilevato al riguardo:

1° — a primavere scarsissime (inferiori a 80 mm.) sono seguite estati scarse (inferiori a 40 mm.); (tre casi);

2° — a primavere piovose (con oltre 300 mm.) sono seguite estati ordinarie.

Ho ripartito l'annata pluviometrica in « fasi », ossia in periodi caratteristici che denotano una certa stabilità da un anno all'altro. Ma di queste e di altre interessanti correlazioni tratterò in altro lavoro.

A fine febbraio, in media, sono già caduti 592 mm. di pioggia, ossia circa il 70 per cento della media annua. Il fabbisogno medio mensile, ripartendo la media annua in 12 aliquote uguali, si aggira sui 71 mm. per mese. Al termine di un semestre autunno-inverno ordinario, debbono risultare accantonati circa 170 mm. come scorta atta ad integrare l'apporto del semestre primavera-estate, per sè insufficiente, generalmente, a soddisfare le esigenze di detti mesi.

Se il semestre autunno-inverno risulta asciutto od eccezionalmente asciutto (con meno di 395 mm.), la scorta in parola verrà a mancare del tutto; una paimavera-estate piovosa od eccezionalmente piovosa potrebbe ovviare all'inconveniente, ma il principio statistico enunciato innanzi porta all'esclusione pressochè categorica di una tale evenienza; al più, in detti casi, si verifica una primavera-estate ordinaria, ossia di poco differente dalla media normale: per tanto, il fabbisogno dei mesi estivi, almeno per quelle zone in cui si fa assegnamento sull'acqua piovana, non verrà coperto e si avranno a lamentare perciò tutti gli inconvenienti connessi con le forti carenze d'acqua.

L'andamento del bimestre marzo-aprile, nel quale cade, generalmente, oltre la metà della pioggia ordinaria del semestre primavera-estate, potrà risultare decisivo in determinate annate: ad esempio, ove si sia verificato un semestre autunno-inverno soltanto lievemente asciutto. Se, in tale evenienza, il bimestre marzo-aprile (è quanto si è verificato nella corrente annata 1948-49) risulta eccezionalmente asciutto, una deficienza d'acqua più o meno grave è prevedibile per i mesi estivi. Soltanto un fenomeno sporadico potrebbe portare a raggiungere il fabbisogno. Comunque l'andamento del bimestre marzo-aprile potrà sempre integrare il pronostico formulabile, nei casi eccezionali, a fine febbraio se non prima.

Un tale pronostico, portato tempestivamente a conoscenza del pubblico, può tornare di sicura utilità: potranno essere attuate, in tali evenienze, quelle misure atte a limitare gli inconvenienti e ad attenuare le dannose conseguenze: uso parsimonioso dell'acqua nei mesi precedenti l'estate, rifornimento artificiale di serbatoi e cisterne, precauzioni igieniche, ecc.

Quanto già si è verificato in passato, data la notevole estensione della serie e il numero elevato dei casi eccezionali, può essere assunto, con grande attendibilità, come norma per l'avvenire.

Casamicciola, maggio 1949.

Nuovi rinvenimenti di pachidermi quaternari nella valle del Liri

Nota del socio ordinario **Geremia D'Erasmo**

(pervenuta all'Accademia il dì 27 agosto 1949)

Sunto. — È data notizia della recente scoperta, nel podere Tiseo di Pignataro Interamna, presso Cassino, di nuovi avanzi di elefante e di ippopotamo, fra cui particolarmente interessante appare un cranio giovanile di *Elephas antiquus italicus* di minori dimensioni rispetto a quelli precedentemente rinvenuti nel medesimo giacimento quaternario.

Passata la bufera della guerra e tornata a pulsare la vita delle officine e dei cantieri per le più serene e feconde opere di pace, anche nelle piccole borgate e nelle campagne è stato ripreso con maggior fervore, in questi ultimi anni, il lavoro del piccone e dell'aratro dove più avevano imperversato fragori di bombe e scoppi di cannonate.

Nella valle del Liri, a meno di otto chilometri dalla già distrutta Cassino, sulle pendici meridionali del colle, sul quale sorge l'abitato di Pignataro Interamna, pure duramente provato dalle distruzioni belliche, il podere di Saverio Tiseo, già noto ai cultori di Paleontologia per i precedenti rinvenimenti di elefanti e di altri mammiferi quaternari, ha visto riattivarsi gli scavi della sua ghiaietta e delle sue sabbie più fini, utilizzate per l'impasto col cemento nelle costruzioni locali. E con i nuovi scavi sono venute allo scoperto nuove ricchezze paleontologiche. Giacchè in quel sito, durante il Quaternario antico, quando l'Appennino rivestito da fitta vegetazione forestale e le acque fluenti in gran copia dalle cime montuose ricoperte

di nevi perenni e di ghiacciai davano al paesaggio un aspetto ben diverso da quello attuale, vivevano grossi pachidermi e ruminanti, più non esistenti oggi nelle nostre contrade, che trovavano da cibarsi in quella lussureggiante vegetazione, andavano a bagnarsi in quelle acque e lasciavano, dopo la morte, i loro resti frammisti a quei sedimenti alluvionali e lacustri. Il grande elefante antico italico (*Palaeoloxodon antiquus italicus* Osborn), l'ippopotamo (*Hippopotamus amphibius* Linn. = *H. maior* Cuv.), il rinoceronte (*Rhinoceros Mercki* Kaup), il bue primigenio (*Bos primigenius* Boj.), il cervo nobile (*Cervus elaphus* Linn.) sono fra le specie più frequentemente rappresentate da avanzi svariati dello scheletro e della dentatura.

Da più di un secolo, ormai, sono noti, nelle principali valli dell'Appennino meridionale, e specialmente in quella del Liri, questi rinvenimenti di mammiferi quaternari; e in parecchi lavori, pubblicati, dal 1926 in poi, quasi tutti negli Atti e Rendiconti di questa nostra Accademia, De Lorenzo e D'Erasmo ne hanno ricordato, discusso ed illustrato i principali resti [1]).

Recentissimo, e non certo ultimo in questa serie di scoperte, è il rinvenimento di un altro cranio di quell'Elefante antico italico, che per opera di autori molteplici è oggi la meglio conosciuta fra le specie di elefanti fossili del nostro paese.

Il teschio di *Elephas antiquus* recentemente scoperto nel podere del sig. Vincenzo Tiseo, figlio del defunto Saverio, giace nelle immediate vicinanze del sito ove, nel 1926, fu scavato il primo cranio, e precisamente a circa 20 metri da esso in direzione ovest-nord-ovest, ad una profondità di poco meno di 7 m. dal ciglio superiore della collina, e quindi ad un livello di quasi un metro superiore a quello che racchiudeva il precedente esemplare.

---

[1]) De Lorenzo G., *L' Elephas antiquus di Pignataro Interamna in valle del Liri.* Rend. R. Acc. Naz. Lincei, Cl. Sc. fis., s. 6ª, vol. IV. Roma, 1926. — De Lorenzo G. e D' Erasmo G., *L' Elephas antiquus nell' Italia meridionale.* Atti R. Acc. Sc. fis. e mat., s. 2ª, vol. XVII, n. 11. Napoli, 1927. — De Lorenzo G. e D' Erasmo G., *Nuove osservazioni su l'Elephas antiquus dell'Italia meridionale.* Ibidem, s. 2ª, vol. XVIII. n. 5. Napoli, 1930. — De Lorenzo G. e D' Erasmo G., *Ancora su l' Elephas antiquus di Pignataro Interamna.* Rend. R. Acc. Sc. fis. e mat. Napoli, 1931. — D' Erasmo G., *L' Elephas meridionalis nell' Abruzzo e nella Lucania.* Atti R. Acc. Sc. fis. e mat., s. 2ª, vol. XVIII. n. 8. Napoli, 1931. — De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *L'uomo paleolitico e l' Elephas antiquus nella valle del Liri.* Rend. R Acc. Sc. fis. e mat. Napoli, 1932. — De Lorenzo G. e D' Erasmo G., *L' uomo paleolitico e l' Elephas antiquus nell' Italia meridionale.* Atti R. Acc. Sc. fis. e mat., s. 2ª, vol. XIX, n. 5. Napoli, 1932. — De Lorenzo G. e D' Erasmo G., *Avanzi di ippopotamo nell' Italia meridionale.* Ibidem, s. 2ª, vol. XX, n. 15. Napoli, 1935. — De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *Avanzi di elefante e di ippopotamo nella valle del Sele.* Ibidem, s. 3ª, vol. I, n. 4. Napoli, 1938.

Anch'esso trovasi perciò compreso nelle sabbie, arene e ghiaiette di color giallo chiaro, che, intercalate a placche argillose e a straterelli torbosi, formano, con uno spessore oscillante tra i 40 ed i 50 m., i terreni pleistocenici visibili di quella zona, sormontati in alto da ceneri vulcaniche e passanti in basso a strati prevalentemente argillosi [1]).

Il teschio elefantino è stato rinvenuto in posizione quasi orizzontale, un po' inclinato sul fianco sinistro, ma non con la regione frontale rivolta verso l'alto, come si rinvenne il precedente esemplare del 1926 e come di ordinario si trovano quelli analoghi di tanti altri giacimenti: il che ha fatto pensare agli studiosi che quegli animali fossero scesi a bagnarsi in un bacino melmoso e poi affondati nella sabbia e nel fango, dopo aver cercato di tenere in alto la testa e la proboscide per respirare il più a lungo possibile. Esso giace, invece, con la parte basale rivolta verso l'alto, mostrando quindi — ancora parzialmente immerso nei sedimenti come oggi si trova — ad una estremità i due condili occipitali, il forame interposto e le altre ossa della medesima regione, e all'altra estremità le ossa mascellari e premascellari con gli álveoli dei due incisivi, che sono ancora in posto e interamente conservati, benchè fratturati in più punti.

Questa posizione fa supporre, che il nuovo avanzo non sia in giacitura originaria, ma secondaria, di trasporto, e che quindi difficilmente potranno rinvenirsi, proseguendo gli scavi, le altre parti dello scheletro nella loro naturale connessione.

Non è stata finora trovata traccia della mandibola e mancano altresì i denti molari superiori. Discretamente conservate sono le ossa della base cranica; incompleta, per un breve tratto, è l'arcata zigomatica sinistra.

Poichè finora non mi è stato consentito che un esame sommario dell'esemplare, durante una gita da me effettuata sul posto il 23 agosto di questo anno 1949, non sono in grado di dare una descrizione osteologica particolareggiata di esso, ma solo brevi cenni, che mi sembrano tuttavia utili per meglio mettere in rilievo la consistenza delle parti conservate e che possono pure servire quale spiegazione della fotografia del fossile, riprodotta nella annessa tavola.

È necessario premettere, che detta fotografia riproduce, a poco più di $^1/_8$ della grandezza naturale, il teschio elefantino un po' di scorcio, cioè obliquamente dall'innanzi e da breve distanza, poichè la ristrettezza dello scavo e la sua profondità non mi consentirono di disporre l'apparecchio fotografico in una posizione migliore. Ne è derivato, che la prospettiva è un po' falsata, apparendo le parti anteriori proporzionalmente più grandi

---

[1]) Per i caratteri della roccia avvolgente si confronti: De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *L'uomo paleolitico e l'Elephas antiquus nell'Italia meridionale*. Loc. citato, 1932, pp. 38-40

rispetto a quelle della regione occipitale, e quelle del lato sinistro un poco più sviluppate di quelle sulla destra. Anche i due incisivi non sono visibili che nel loro terzo prossimale. Riprodotto esattamente dall'alto, il fossile sarebbe apparso nelle sue giuste proporzioni e meglio confrontabile con le figure della faccia inferiore, o palatale, del teschio delle specie viventi *Elephas indicus* Cuv. [1]) e *Loxodonta africana* Blum. sp. [2]), nonchè di quelle estinte *Archidiskodon meridionalis* Nesti sp. [3]) ed *Elephas (Mammonteus) primigenius* Blum. [4]).

Nella parte posteriore del cranio, i due condili occipitali, che visti dall'alto hanno contorno quasi reniforme, con le due concavità rivolte verso l'interno, appaiono molto rilevati e limitano medialmente il forame occipitale, che ha contorno leggermente ellittico.

A sinistra e a destra dei condili l'orlo posteriore del cranio è formato dalle porzioni laterali dell'occipitale (esoccipitali), che si continuano, sulla faccia posteriore (non visibile nella fotografia), con la squama (sopraoccipitale), ben conservata e caratteristica per il suo grande sviluppo, per la sua posizione quasi verticale e per la profonda e larga doccia mediana che divide dall'alto in basso le due enormi bozze occipitali.

All'innanzi del forame occipitale, lo spazio mediano occupato dal basioccipitale e dallo sfenoide è ancora in gran parte nascosto dal conglomerato; mentre sui due lati sono ben riconoscibili le parti del temporale che chiudono inferiormente la cavità cranica, e specialmente le superfici articolari per la mandibola. Lateralmente a queste, lo squamoso è sviluppato in senso trasversale fino a costituire, con i suoi orli esterni, il massimo diametro trasverso del teschio, e si ricurva ventralmente ed in avanti, formando una lunga apofisi zigomatica, la quale si assottiglia rapidamente verso l'avanti e si continua col jugale. Probabilmente per effetto di tale sottigliezza, che rende più delicata e più difficilmente conservabile allo stato fossile l'arcata zigomatica, o forse perchè le ossa di questa regione rimangono a lungo, nell'età giovanile degli elefanti, separate e mobili prima di saldarsi fortemente al resto del cranio, o forse ancora per effetto di un accidente qualsiasi posteriore alla morte dell'animale, l'arcata zigomatica si presenta incompleta sul lato sinistro, mentre è perfettamente conservata sul destro

---

[1]) Osborn H. F., *Proboscidea*. Vol. II: *Stegodontoidea, Elephantoidea*, pag. 916, fig. 796, e pag. 918, fig. 800. Publ. Amer. Mus. Nat. Hist. New York, 1942.

[2]) Osborn H. F., *Loc. cit.*, pag. 1200, fig. 1061.

[3]) Nesti F., *Lettere sopra alcune ossa fossili del Valdarno non peranco descritte, e sulla nuova specie dell'Elefante fossile (El. meridionalis) del Valdarno*. Nuovo Giorn. d. Lett., vol. XI, tav. I, fig. 3. Pisa, 1825.

[4]) Leith Adams A., *Monograph on the British fossil Elephants*: parte II. *Dentition and osteology of Elephas primigenius*. Palaeontogr. Soc., vol. XXXIII, tav. VII, fig. 1 *a*. Londra, 1879.

(vedi l'annesso schizzo dimostrativo). Il processo zigomatico dello squamoso si continua, come si è detto, con l'osso jugale, che è assai compresso lateralmente e si chiude verso l'innanzi con l'apofisi zigomatica del mascellare superiore. Le due cavità così delimitate lateralmente (fosse temporali) ap-

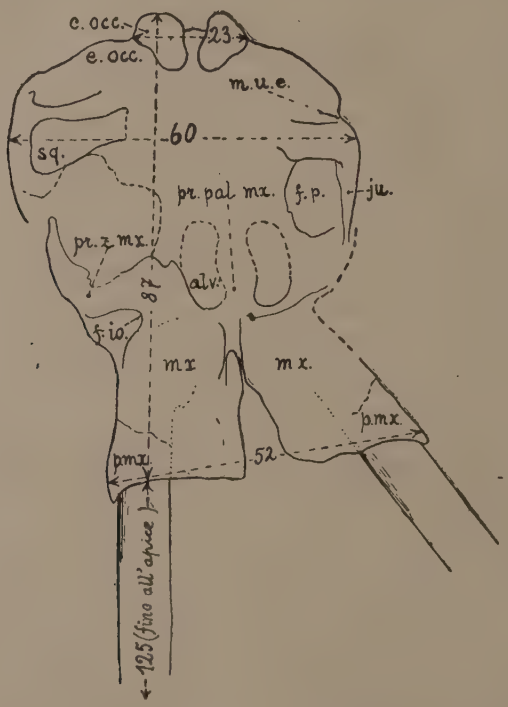


Figura schematica del cranio di *Elephas antiquus italicus* di Pignataro Interamna visto, un po' di scorcio, dalla faccia ventrale (palatale) e principali misure di esso (indicate in centimetri).

alv. = alveoli mascellari
c. occ. = condili occipitali
e. occ. = esoccipitali
f. io. = forame infraorbitario
f. p. = fossa parietale
ju. = jugale
m. u. e. = meato uditivo esterno
mx. = mascellari
pmx. = premascellari
pr. pal. mx. = processi palat. dei mascellari
pr. z. mx. = processi zigom. dei mascellari
sq. = squamoso

paiono nettamente nella fotografia: ancora riempita del materiale alluvionale quella di sinistra, meglio isolata e quindi spiccante in tinta scura quella di destra.

È visibile il meato uditivo esterno, inferiormente incompleto, il quale si continua con una gronda postglenoidea a disposizione trasversale.

I mascellari superiori, sempre voluminosi negli elefanti e destinati a portare i molari, appaiono discretamente conservati su entrambi i lati. Sono visibili, infatti, tanto le porzioni posteriori, o alveolari, ristrette ed allungate, quanto quelle anteriori, allargate. Le prime mostrano le articolazioni con i jugali, servono di sostegno ai molari e si spingono posteriormente e medialmente a formare i margini palatini dei mascellari, fino a saldarsi con i palatini, che non sono però riconoscibili nella figura. Sui margini laterali essi presentano un'incisura, che ne restringe sensibilmente la larghezza, e sul cui fondo è riconoscibile il forame infraorbitale. Le seconde mostrano le articolazioni con i jugali e con i premascellari, costituendo, insieme con questi ultimi, gli alveoli degli incisivi.

Gli orli alveolari dei molari appaiono nettamente, specialmente nella loro metà anteriore, rivelando, su ciascun lato, una cavità grossolanamente ellittica, ma con l'asse maggiore arcuato e presentante la concavità rivolta verso l'interno; nulla però può dirsi dei molari, perchè — come è stato già notato — pare che essi siano caduti, essendo gli alveoli ancora riempiti del sedimento calcareo-argilloso.

I due incisivi sono, come ho già rilevato, completamente conservati, benchè fratturati in più punti. Ma le superfici di frattura combaciano perfettamente, dimostrando che le rotture sono di data recente, e consentendo, quindi, di formarsi un'idea precisa dello sviluppo e della curvatura di essi. La prima impressione che si ha è, che questi denti siano a curvatura poco accentuata, cioè «quasi diritti» e meno divergenti di quanto la caratteristica posizione dei due alveoli farebbe supporre. Un esame più attento rivela però subito, che la difesa destra, la quale mostra una evidente curvatura ad arco con la concavità rivolta verso l'interno, è perfettamente in posto, conservando la posizione che doveva avere nel vivente; mentre quella sinistra, la quale appare senza curvatura, cioè diritta, deve aver subito una rotazione nell'alveolo, di guisa che la sua concavità, anzichè essere rivolta verso la zanna dell'altro lato, è diretta in senso verticale. Ciò è confermato tanto dalla direzione della zanna, che non segue esattamente quella dell'alveolo, come si verifica invece per l'incisivo destro, quanto dal fatto che l'apice del dente sinistro non è al medesimo livello di quello del dente opposto, ma di parecchi centimetri più infossato nella ghiaietta. La facilità con cui le difese possono per un certo tratto ruotare negli alveoli è evidentemente dovuta alla forma presso che cilindrica delle une e degli altri, e non costituisce certo una novità, essendo stata messa in rilievo da autori

molteplici [1]). A parte questa apparente differenza, di semplice spiegazione, i due incisivi si mostrano perfettamente simmetrici, hanno sezione pressochè circolare e vanno assai lentamente assottigliandosi dalla base verso l'apice. La loro superficie è quasi perfettamente levigata, non essendo sviluppata la caratteristica striatura ad elica, che abitualmente si riconosce sulle difese appartenenti ad individui adulti.

Le principali misure dell'esemplare, effettuate sul posto e riportate nello schizzo precedente, sono le seguenti:

Distanza dall'estremo posteriore del condilo occipitale all'orlo ventrale dell'alveolo premascellare sinistro . . . . . cm. 87

Larghezza massima al livello degli alveoli premascellari . cm. 52

Larghezza massima al livello dello squamoso . . . cm. 60

Larghezza massima fra i due margini esterni dei condili occipitali . . . . . cm. 23

Lunghezza totale dell'incisivo sinistro, dall'orlo dell'alveolo all'apice . . . . . cm. 125

Distanza fra le due zanne alla estremità distale . . cm. 93.

Le dimensioni precedentemente indicate, anche se limitate a pochissimi diametri, dànno subito un'idea della grandezza dell'esemplare, il quale appare considerevolmente più piccolo di quello scavato nel 1926, benchè di esso offra, anche ad un esame superficiale, il medesimo aspetto caratteristico, e sopratutto evidenti la espansione a ventaglio dei premascellari e la conseguente divergenza delle difese. Si ha pertanto la netta impressione che non possa trattarsi di una razza diminutiva, ma di un esemplare assai giovane dello stesso grande *Elephas antiquus italicus*, che così diffuso era nel Quaternario antico e medio in tutte le vallate fluviali dell'Appennino, e che tanti altri avanzi ha lasciato nello stesso podere Tiseo di Pignataro Interamna.

È da osservare che le due difese non hanno ancora raggiunto la curvatura caratteristica delle forme adulte della sottospecie *El. antiquus italicus*, curvatura, che, come è noto, è del resto meno accentuata in questa specie rispetto alle altre conosciute e varia naturalmente, entro limiti assai diversi oltre che con l'età anche col sesso.

Per giungere però a conclusioni più fondate e sicure sull'età e sulla razza dell'esemplare, gioverebbe assai più, com'è risaputo, l'esame dei denti molari, che disgraziatamente non si sono, a quanto pare, conservati. Un isolamento più accurato della regione mascellare dalla crosta sabbiosa potrà senza dubbio offrire altri caratteri sullo stato di conservazione e sulla

---

[1]) Trevisan L., *Lo scheletro di Elephas antiquus italicus di Fonte Campanile (Viterbo)*. Palaeont. italica, vol. XLIV, p. II, pag. 17. Pisa, 1948.

grandezza degli alveoli, e, quindi, permettere forse induzioni sullo sviluppo relativo dei molari superiori.

Fra gli altri avanzi di mammiferi fossili recentemente rinvenuti nel medesimo giacimento di Pignataro (a non molta distanza dal posto in cui trovasi il nuovo cranio elefantino) e tuttora in possesso del proprietario Vincenzo Tiseo, desidero ricordare i seguenti:

1°) una vertebra lombare elefantina;

2°) un terzo molare, quasi completo, di *Elephas antiquus* adulto, con le lamine staccate ma ricomponibili;

3°) frammenti vari di difese e di ossa lunghe, poco riconoscibili e di scarso interesse ai fini diagnostici;

4°) un ramo mandibolare di *Hippopotamus amphibius* L., con un molare ancora in posto;

5°) un canino inferiore di *Hippopotamus amphibius*, quasi completo ma rotto in quattro pezzi combacianti fra loro, il quale per le sue grosse dimensioni e per le sue caratteristiche ricorda l'analogo avanzo rinvenuto più di sessanta anni fa, nei dintorni di Roccasecca ed illustrato nel 1935 da De Lorenzo e D'Erasmo [1]. Anch'esso è, infatti, ricurvo ad arco formando un semicerchio quasi completo, ha la faccia esterna fortemente convessa e quella interna appiattita e presenta numerose striature longitudinali che ne percorrono fittamente la superficie, specialmente sulla faccia esterna. Le dimensioni dell'avanzo superano quelle degli esemplari precedentemente rinvenuti a Pignataro Interamna ed illustrati da Osborn [2], da De Lorenzo e D'Erasmo [3], e per le loro più forti proporzioni rivelano un individuo di grande statura, giunto a completo sviluppo e corrispondente alla razza *maior* del Pleistocene europeo, razza che — come ho rilevato nei precedenti lavori testè citati — non si può separare specificamente dallo attuale *Hipp. amphibius*.

Ritornando, ora, al teschio elefantino, ripeterò che, per quanto si tratti di una specie ormai ben nota in seguito alle osservazioni eseguite da De Lorenzo e D'Erasmo (1926-1938) sugli avanzi dell'Italia meridionale, al

---

[1]) De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *Avanzi di ippopotamo nell'Italia meridionale*. Loc. cit. 1935, pag. 2, tav. II, fig. 1.

[2]) Osborn H. F., *Palaeoloxodon antiquus italicus sp. nov., final stage in the Elephas antiquus phylum*. Americ. Museum Novitates, n. 460, pag. 14, fig. 11. New York, 1931.

[3]) De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *L'uomo paleolitico e l'Elephas antiquus nell'Italia meridionale*. Loc. cit. 1932, pp. 58-60, fig. 17. — De Lorenzo G. e D'Erasmo G., *Avanzi di ippopotamo* ecc. Loc. cit. 1935, pag. 2.

grande lavoro monografico di Osborn (1936-1942) sui proboscidati di tutto il mondo, ed alla illustrazione compiuta dal Trevisan (1948) sull'esemplare di Fonte Campanile nel Viterbese, anche questo piccolo rappresentante giovanile offre l'interesse — per le sue condizioni di conservazioue — della migliore conoscenza di una parte del cranio, che negli altri individui più adulti non si era potuta studiare perchè mancante o assai frammentaria.

È quindi augurabile che abbiano buon esito — prima che le intemperie ne danneggino ulteriormente la consistenza — le trattative in corso col proprietario per acquisirlo alle collezioni dello Stato. Sarà così evitato il pericolo che, per la insufficienza delle leggi protettive italiane, i migliori reperti d'interesse paleontologico vadano miseramente in rovina, o emigrino più o meno clandestinamente all'estero, come avvenne per il precedente cranio di *Elephas antiquus* del medesimo giacimento.

Chi scrive ha creduto di adempiere ad un suo precipuo dovere dando al proprietario gli opportuni consigli per evitare danneggiamenti al fossile e trattandone — mediante l'offerta di una somma più che ragionevole — l'acquisto per il Museo geo-paleontologico di Napoli, nel quale si conservano tanti altri avanzi della fauna quaternaria dell'Italia meridionale. Ma si è trovato innanzi a difficoltà non lievi, che non dispera tuttavia di superare in un prossimo avvenire. E crede ancora di adempiere ad un suo dovere, dando senza indugio sommaria notizia del rinvenimento a quanti si interessano della paleontologia del nostro paese, e specialmente ai soci della Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, che dimostrarono il loro costante interesse per queste ricerche, accogliendo per la stampa nei propri Atti tutte le precedenti memorie sui pachidermi fossili dell'Italia meridionale.

Napoli, Istituto geo-paleontologico dell'Università, 27 agosto 1949.

Cranio giovanile di *Elephas antiquus italicus* ancora parzialmente immerso nella sabbia (podere Tiseo in Pignataro Interamna). La fotografia mostra l' esemplare un po' di scorcio, dalla faccia palatale, a circa 1/8 della grandezza naturale.

Le geometrie fondamentali, che generalizzano le geometrie non euclidee, in un S_r ipercomplesso

Nota del socio ordinario **Nicolò Spampinato**

(Adunanza del dì 5 novembre 1949)

Sunto. — S'introducono le geometrie fondamentali in un S_r ipercomplesso determinate, secondo Klein, dai sottogruppi fondamentali di corpoproiettività. Tali geometrie costituiscono una generalizzazione delle geometrie non euclidee.

1. Premessa. — In una nota precedente [1]) ho introdotto la nozione di Geometria corpoproiettivà in un S_r ipercomplesso (legato ad un'algebra A, dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico Γ) e la nozione di *catena t-dimensionale*, ente che generalizza le catene di Staudt dell'S_1 complesso, e che è di pertinenza della *Geometria corpoproiettiva*.

Nella prima parte del Vol. VI delle *Lezioni di Geometria Superiore* [2]) ho introdotto il concetto di *sottogruppo fondamentale* di corpoproiettività dell'S_1 complesso e del relativo *sistema fondamentale* di ∞^2 catene di detto S_1 (cap. Primo. § 2, n. 4). L'importanza di tali sottogruppi fondamentali di corpoproiettività dell'S_1 complesso discende dal fatto che le Geometrie da essi determinate, secondo Klein [3]), (considerando come ele-

[1]) Spampinato N., *Le catene t-dimensionali e la Geometria corpoproiettiva dell'* S_r *ipercomplesso di 1ª specie sinistro o destro, legato ad un algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico*, Rend. Accad. Sc. Fis. e Mat. Napoli, vol. XVI, 1949.

[2]) Spampinato N., *Lezioni di Geometria superiore*. Vol VI: *Geometrie e Corpogeometrie legate ad un algebra secondo* Klein. *Geometrie non euclidee*, Casa Edit. Pironti, Napoli, 1949. Credo opportuno far conoscere al lettore che le dimostrazioni dei teoremi enunciati nella nota preventiva sui « *Fondamenti di Geometria algebrica d'indice di algebricità qualunque sopra una curva algebrica dell'* S_r *complesso* » (Nota V sulle *Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n. dell'* S_r *proiettivo complesso*, Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat. Napoli, vol. XVI, 1949), sono pubblicate nella Parte Seconda di tale Vol. VI delle Lezioni di Geometria Superiore.

[3]) Klein F. *Programma di Erlangen*, 1872. — Per riferimento che ho dovuto fare, e per la sua importanza storica nel campo delle Scienze Matematiche, ho creduto opportuno ripubblicare (nel cap. Quarto della parte Prima di detto vol. VI delle *Lezioni di Geometria Superiore*) la traduzione italiana, promossa nel 1889

menti da dirsi *punti* sia i punti di S_1, sia le *coppie neutre* di punti rispetto al sottogruppo fondamentale considerato) forniscono degli *esempi delle Geometrie non euclidee bidimensionali* (cap. III, § 1). Si noti inoltre che, in ogni caso *il relativo sistema fondamentale di catene* (unidimensionali) *fornisce il sistema delle* ∞^2 *rette non euclidee di ogni tale Geometria non euclidea bidimensionale.*

Viene spontaneo allora domandarsi: passando dall'S_1 complesso ad un S_1 ipercomplesso, ed in generale, ad un S_r ipercomplesso, quali sono i sottogruppi di corpoproiettività che generalizzano i gruppi fondamentali di corpoproiettità dell'S_1 complesso?

La considerazione di tali sottogruppi, che diremo *sottogruppi fondamentali di corpoproiettività dell'* S_r *ipercomplesso*, ci darà modo d'introdurre, in corrispondenza, le Geometrie che essi determinano, secondo Klein, e che diremo *Geometrie fondamentali dell'* S_r *ipercomplesso*. Esse forniscono, pertanto, una vasta estensione delle Geometrie non euclidee.

Per arrivare a tali sottogruppi fondamentali di corpoproiettività, osserviamo, in primo luogo, che essi servono nel caso dell'S_1 complesso a determinare fra le ∞^3 catene di S_1, quei sistemi di ∞^2 catene che devono costituire le figure duali (rette non euclidee) degli ∞^3 punti dell'ente non euclideo bidimensionale, costituito, p. es. (guardando alla II rappresentazione) dai punti della sfera di Riemann. Ora per fissare un tale sistema ∞^2 di catene non si fa altro che fissare un punto A nell'S_3 ambiente della sfera di Riemann, e considerare le catene di S_1 rappresentate dalle ∞^2 sezioni della sfera con i piani per A. Lo stesso punto A determina il sottogruppo di corpoproiettività di cui sopra, rappresentato dalle corrispondenze subordinate sulla sfera dalle proiettività che trasformano la sfera in sè stessa ed ammettono A come unito. Le osservazioni fatte suggeriscono le definizioni del n. seguente, relative ad un S_r ipercomplesso.

2. Sistemi fondamentali di catene di dimensione massima di un S_r ipercomplesso.

Abbiamo già osservato [1]) che nella II[a] rappresentazione di un S_r ipercomplesso (di 1. specie sinistro o destro) sulla sua riemanniana W_{nr}, le catene di dimensione massima *nr-1* sono rappresentate dalle sezioni iperpiane di W_{nr} (con n si è indicato l'ordine dell'algebra A).

---

da Corrado Segre ed eseguita da Gino Fano, con le note ed aggiunte dello stesso Klein, del famoso *Programma di Erlangen*, pubblicata negli annali di Matematica Tomó XVII, 1889-90.

[1]) Loc. cit. [1]), n. 2.

Nello S_R, ambiente della W_{nr}, fissiamo un S^*_{R-nr-1}. Le ∞^{nr} sezioni iperpiane di W_{nr} ottenute con gl'iperpiani della stella Σ^*_{nr} di vertice S^*_{R-nr-1}, rappresentano un sistema di catene C_{nr-1} dell'S_r ipercomplesso, di dimensione massima nr-1. È un tale sistema (c_{nr-1}) che diremo *sistema fondamentale di catene dell'* S_r *ipercomplesso*. Esso ha la dimensione nr *uguale a quella della riemanniana* W_{nr} (Dimensione rispetto al corpo Γ in cui A è definita).

3. Sottogruppi fondamentali di corpoproiettività e relative Geometrie fondamentali dell'S_r ipercomplesso.

Abbiamo già definito il gruppo di *corpoproiettività* di un S_r ipercomplesso [1]) (di prima specie sinistro o destro). Tale gruppo è rappresentato, nella I rappresentazione di S_r, in una congruenza (S_{n-1}) di un S_N nel corpo Γ dov'è definita l'algebra A, con $N=(r+1)n-1$, dalle corrispondenze subordinate sulla (S_{n-1}) del gruppo Φ di tutte le proiettività, in Γ, di S_N che trasformano la congruenza (S_{n-1}) in sè stessa.

Ciò ricordato dimostriamo che:

I) *Le corpoproiettività dell'* S_r *ipercomplesso sono rappresentate, sulla riemanniana* W_{nr}, *dalle corrispondenze subordinate su* W_{nr} *dal gruppo* Φ^* *delle proiettività dell'* S_R, *ambiente della* W_{nr}, *che trasformano la* W_{nr} *in sè stessa.*

Infatti le sezioni iperpiane di W_{nr} sono rappresentate nella congruenza (S_{n-1}) dal sistema lineare di ipersuperficie (V) di S_N composto mediante la congruenza (S_{n-1}) [2]).

Tale sistema (V) è trasformato in sè stesso da ciascuna proiettività di Φ^*, dato che una ipersuperficie V è formata con gli S_{n-1} di (S_{n-1}) appoggiata ad un S_{N-n} di S_N, e quindi è trasformata da Φ^* in una ipersuperficie dello stesso tipo. Ne segue che la corrispondenza che rappresenta sulla riemanniana una corpoproiettività, deve trasformare in sè stesso il sistema delle sezioni iperpiane di W_{nr}.

Tale corrispondenza sarà, quindi, subordinata su W_{nr} da una trasformazione che deve trasformare sezioni iperpiane in sezioni iperpiane, cioè da una proiettività che trasforma la W_{nr} in sè stessa. E viceversa.

È dimostrata così la proprietà enunciata che generalizza una nota proprietà della sfera di Riemann, in relazione alla rappresentazione delle proiettività ed antiproiettività dell'S_1 complesso, cioè delle corpoproiettività di questo S_1.

---

[1]) Loc. cit. [1]), n. 6.

[2]) Sampinato N., *Le riemanniane degli* S_r *ipercomplessi*, Rend. Acc. Sc. Fis. e Mat. Napoli, Serie 4., vol. XIII, 1942-43, § 6, n. 1.

Ciò posto, nel gruppo Φ^* delle proiettività di S_R che trasformano la riemanniana W_{nr}, consideriamo il sottogruppo Ψ^* costituito dalle proiettività aventi come unito un fissato S^*_{R-nr-1}. Ogni proiettività di Ψ^* trasforma, di conseguenza, in sè stesso il sistema delle sezioni iperpiane di W_{nr} ottenute con gl'iperpiani della stella Σ^*_{nr} di vertice S^*_{R-nr-1}, rispondente al sistema fondamentale di catene C_{nr-1}, rappresentato su W_{nr} da tale sistema (di dimensione nr rispetto a Γ) di sezioni iperpiane. Ne segue che:

I') *Il sottogpuppo* Ψ *delle corpoproiettività dell'* S_r *ipercomplesso, rappresentato su* W_{nr} *dalle corrispondenze subordinate su* W_{nr} *dalle proiettività del sottogruppo* Ψ^*, *trasforma in sè stesso il sistema fondamentale di catene* (C_{nr-1}) *rappresentate su* W_{nr} *dalle sezioni iperpiane ottenute con gl' iperpiani della stella* Σ^*_{nr}.

Un tale sottogruppo Ψ si dirà un *sottogruppo fondamentale di corpo. proiettività dell'* S_r *ipercomplesso.* Esso è legato, per la proprietà I'), ad un determinato sistema fondamentale di catene (C_{nr-1}).

Se X^*_1 è un punto di W_{nr}, l'S_{R-nr} di S_R che lo congiunge con S^*_{R-nr-1}, seca W_{nr} in un gruppo G^*, immagine, su W_{nr}, di un gruppo G dell'S_r ipercomplesso, contenente il punto X_1 rappresentato da X^*_1. *Il gruppo* G *è determinato da un suo punto* X *qualunque,* perchè un punto X^* qualunque di G^*, congiunto con S^*_{R-nr-1}, dà lo stesso S_{R-nr}, che è quello che seca su W_{nr} il gruppo G^*. *Le catene* C_{nr-1} *del sistema fondamentale (considerato nel n. 2) passanti per un fissato punto* X *di* G *passano, di conseguenza, per tutti gli altri punti di* G. Ciò perchè tutti gl'iperpiani della stella Σ^*_{nr} passanti per uu punto X^*_1 di W_{nr} passano, di conseguenza, per l'S_{R-nr} congingente X^*_1 con il vertice S^*_{R-nr-1} di Σ^*_{nr}. Per tale proprietà il gruppo G si dirà un *gruppo neutro* rispetto al sistema fondamentale (C_{nr-1}) di catene. *Ogni punto* X *di* S_r *appartiene ad un gruppo neutro* G, *da esso determinato.*

Sia ω una corpoproiettività dell'S_r ipercomplesso appartenente al sottogruppo fondamentale Ψ. Se ω trasforma il punto X_1 di S_r nel punto X_1', la proiettività ω^* di Ψ^* trasformerà l'S_{R-nr} di Σ^*_{nr}, passante per il punto X^*_1 di W_{nr} immagine di X_1, nell'S'_{R-nr} di Σ^*_{nr} passante per il punto X'^*_1 immagine di X_1'. Segue, di conseguenza, che ogni altro punto X del gruppo neutro G determinato da X_1, sarà trasformata da ω in un punto X', che farà parte del gruppo neutro G' determinato da X_1'. Sicchè:

II) *L' insieme* N *dei gruppi* G *dell'* S_r *ipercomplesso, neutri rispetto al sistema fondamentale di catene* (C_{nr-1}), *è trasformato in sè stesso da ogni corpoproiettività del sottogruppo fondamentale* Ψ, *legato a tale sistema fondamentale di catene.*

Per la proprietà II), ogni corpoproiettività ω del sottogruppo fonda-

mentale Ψ si può considerare operante, sia nei punti dell'S_r ipercomplesso, sia nei gruppi neutri dell'insieme N. Ne segue che *un tale sottogruppo fondamentale Ψ di corpoproiettività è atto a determinare due tipi di Geometrie, secondo* Klein, *che diremo fondamentali, e precisamente:*

a) Geometria fondamentale del I tipo, quando le corpoproiettività di Ψ operano nei punti dell' S_r *ipercomplesso.*

b) Geometria fondamentale del II tipo, quando le corpoproiettività di Ψ operano nei gruppi neutri G *dell'insieme* N.

4. Le Geometrie non euclidee bidimensionali quali Geometrie fondamentali dell'S_1 proiettivo comrlesso.

Come caso particolare delle considerazioni generali dei n[i] precedenti consideriamo l'S_1 proiettivo complesso, cioè: il corpo numerico Γ sia il corpo dei numeri reali; l'algebra A sia l'algebra, di ordine $n=2$, dei numeri complessi; $r=1$. In questo caso è $nr-1=1$, cioè le catene di S_1 di dimensione massima sono delle catene C_1. La riemanniana W_{nr} è la sfera di Riemann W_2. Un sistema fondamentale ∞^3 di catene (C_1) è rappresentato dalle sezioni piane di W_2 con i piani di una stella $\overset{*}{\Sigma}_2$. Si hanno tre specie di tali sistemi fondamentali (C_2) e, corrispondentemente, tre specie di gruppi fondamentali Ψ di corpoproiettività di S_1, secondo che il vertice $\overset{*}{S}_0$ della stella $\overset{*}{\Sigma}_2$ è interno, esterno o sulla sfera di Riemann W_2.

Per i gruppi di terza specie i gruppi neutri G_2 sono con un punto fisso nel vertice $\overset{*}{S}_0$ della stella $\overset{*}{\Sigma}_2$. Ciò porta *l'equivalenza dei due tipi di Geometrie fondamentali ad un unico tipo*, che risulta, precisamente, equivalente alla *Geometria euclidea bidimensionale*. Si ha inoltre:

a) Per i gruppi fondamentali di 1ª. specie le Geometrie fondamentali corrispondenti di S_1 *sono equivalenti:*

I) *quella del I tipo alla Geometria non euclidea bidimensionale ellittica del tipo doppio;*

II) *quella del II tipo alla Geometria non euclidea bidimensionale ellittica del tipo semplice.*

b) Per i gruppi fondamentali di 2. specie le Geometrie fondamentali corrispondenti sono chiamate:

I) *quella del I tipo: Geometria bidimensionale iperbolica del tipo doppio;*

II) *quella del II tipo: Geometria bidimensionale iperbolica del tipo semplice.*

E quest'ultima Geometria la Geometria non euclidea iperbolica.

Quella precedente è una Geometria che non trovasi fra le Geometrie

non euclidee [perchè in essa esistono punti distinti a distanza nulla; due punti di un gruppo G_2 neutro [1])]. Viene così messa in evidenza l'intima ragione per cui esiste un solo tipo di geometrie *non euclidea* iperbolica, mentre esistono due tipi di Geometrie non euclidee ellittiche (quella *del tipo semplice e quella del tipo doppio*). Nello stesso tempo *viene dimostrata l'esistenza di una Geometria accoppiata alla Geometria non euclidea iperbolica, nella identica relazione che esiste per la coppia delle due Geometrie non euclidee ellittiche del tipo semplice e doppio.*

5. Rappresentazione delle Geometrie fondamentali dell'S_r ipercomplesso.

Le Geometrie fondamentali dell'S_r ipercomplesso si possono studiare in ciascuna delle tre rappresentazioni di tale S_r; in particolare sulla riemanniana W_{nr}, nel qual caso un sottogruppo fondamentale Ψ di corpoproiettività di S_r è rappresentato dal gruppo delle trasformazioni, subordinate in W_{nr}, dalle proiettività del sottogruppo Ψ^*. Se, invece, si considera la III rappresentazione dell'S_r ipercomplesso in un S_{rn}, legato al corpo numerico Γ., *le corrispondenze che rappresentano le corpoproiettività dell'* S_r *ipercomplesso non sono più proiettive.* Per esempio: *le corpoproiettività dell'* S_1 *proiettivo complesso sono rappresentate nella terza rappresentazione (quella sul piano di Gauss-Argand) dal gruppo delle trasformazioni circolari del Möbius.*

Si costituiscono, così degli esempi di *Geometrie non euclidee bidimensionali,* ciascuna delle quali è determinata da un particolare tipo di *sottogruppo fondamentale di trasformazioni circolari del Möbius* [2]).

Risulta, inoltre, che qualora un piano non euclideo, di qualunque tipo si viene a rappresentare in una qualunque delle tre rappresentazioni reali dell'S_1 complesso, *i cerchi non euclidei, che non si riducono ad un punto, sono sempre rappresentati dalle stesse figure che rappresentano le catene dell'* S_1 *complesso* [3]).

Tale proprietà mette in evidenza, ancor di più, l'importanza delle catene nello studio dell'S_1 complesso rispetto al corpo reale, e quindi delle figure, che estendono tali catene (e che abbiamo chiamate *catene t-dimensionali*) nello studio dell'S_r ipercomplesso legato ad un algebra A, rispetto al corpo numerico Γ in cui A è definita. Si osservi inoltre che: *in ogni caso le* ∞^1 *rette non euclidee del piano non euclideo sono dei particolari cerchi non euclidei: quelli rappresentanti il sistema fondamentale di catene* (n. 2).

---

[1]) Loc. cit. [2]), Parte Prima, Cap. Quinto, § 1, n. 5 e 6, proprietà B).

[2]) Loc. cit. [3]), Parte Prima, Cap. Terzo e Quinto.

[3]) Loc. cit. [2]), Parte Prima, Cap. Terzo, § 3, n. 2.

6. Le Geometrie fondamentali in una catena C_t dell'S_r ipercomplesso.

Quanto s'è detto per l'S_r ipercomplesso nei n^i 2 e 3, si può ripetere per ogni catena t-dimensionale C_t di tale S_r, sostituendo, nei ragionamenti fatti al n° 3, alla riemanniana W_{rn} di S_r, la riemanniana W_t di C_t, contenuta in W_{nr}. Avremo allora i sistemi fondamentali, di dimensione t rispetto a Γ, di catene C_{t-1} di C_t. Inoltre in corrispondenza ad un tale sistema (C_{t-1}) di C_t avremo un sottogruppo di corpoproiettività, fondamentale rispetto a C_t, di cui ogni corpoproiettività trasformerà il sistema (C_{t-1}) in sè stesso. Un tale sottogruppo di corpoproiettività subordina su C_t un gruppo di trasformazioni, che determinerà su C_t, secondo Klein, una Geometria, che si dirà una *Geometria fondamentale* su C_t.

Le considerazioni del n. 4 relative alle Geometrie non euclidee bidimensionali e alla retta proiettiva complessa, si possono estendere alle Geometrie non euclidee tridimensionali e al piano proiettivo complesso; preannunciamo, infatti, che:

Le tre Geometrie non euclidee tridimensionali sono equivalenti a tre delle Geometrie fondamentali in una catena C_3 *tridimensionale del piano proiettivo complesso, contenente la retta impropria di questo piano, assimilata ad un unico punto all' infinito* (come nel piano di Gauss-Argand).

7. Le Geometrie fondamentali determinate da gruppi di trasformazioni non proiettive.

Le Geometrie fondamentali in un S_r ipercomplesso o in una sua catena C_t, nella rappresentazione sulla riemanniana W_{nr} di S_r, o W_t di W_{nr}, sono sempre determinate da gruppi di trasformazioni subordinate da gruppi di trasformazioni *proiettive* dello spazio ambiente legato al corpo Γ. Se alla II rappresentazione sostituiamo la III rappresentazione in uno spazio S'_{nr} legato al corpo Γ, o in una varietà W'_{rn} proiezione di W_{rn}, avremo, in corrispondenza, come abbiamo osservato nel n. 5, delle rappresentazioni di dette Geometrie fondamentali con Geometrie determinate, in S_{rn} o W'_{rn}, da gruppi di trasformazioni subordinate da gruppi di trasformazioni dello spazio ambiente legato a Γ, *non più proiettive, ma solo biunivoche.*

Nel caso che Γ *sia il corpo complesso,* cioè nel caso che l'algebra A sia un'algebra, di ordine n, complessa, *tali gruppi di trasformazioni sono gruppi di ordinarie trasformazioni cremoniane di un iperspazio complesso.*

S'intende che tali gruppi di trasformazioni per le Geometrie *fondamentali del I tipo* operano sui *punti* di S'_{nr} o W'_{nr}, mentre per le *Geo-*

metrie fondamentali del II tipo operano sui gruppi di punti G' immagini dei gruppi G *neutri* rispetto al corrispondente sottogruppo fondamentale Ψ di corpoproiettività dell' S_r ipercomplesso.

8. Considerazioni relative alla costruzione di gruppi di trasformazioni cremoniane di un iperspazio complesso.

L'osservazione fatta nel n. 7, relativa al caso in cui A sia un'algebra definita nel corpo dei numeri complessi, offre un metodo per la *costruzione di gruppi di trasformazioni cremoniane in un iperspazio complesso di dimensione* rn, e quindi, in particolare, *in un* S_n *complesso* (per $r = 1$), partendo dal gruppo o dai sottogruppi di corpoproiettività di un S_r ipercomplesso legato ad un'algebra *complessa* di ordine n.

Consideriamo, ad esempio, il *caso* $n = 2$. Esistono due sole algebre non equivalenti, definite nel corpo complesso e dotate di modulo: *l'algebra dei numeri bicomplessi e l'algebra dei numeri biduali.* Per ciascuno dei due relativi S_4, bicomplesso o biduale, avremo un gruppo di corpoproiettività. Con tali due gruppi si costruiscono, con il metodo suddetto, due gruppi di trasformazioni quadratiche nel piano proiettivo complesso: uno ∞^6 (caso bicomplesso) ed un ∞^7 (caso biduale), costituiti dalle trasformazioni quadratiche del piano aventi in comune due dei tre punti fondamentali, distinti, nel caso bicomplesso, infinitamente vicini, nel caso biduale.

È interessante notare che se si aggiunge la condizione che il gruppo di trasformazioni quadratiche da costruire sia *continuo*, nel caso bicomplesso avremo sempre un gruppo ∞^6 di trasformazioni quadratiche, corrispondenti alle sole *proiettività* dell' S_4 bicomplesso (e non a tutte le corpoproiettività che, oltre alle proiettività, comprendono le *trasposizioni* o *antiproiettività*); nel caso biduale, invece, si ha lo stesso gruppo ∞^7 che risponde a tutte le corpoproiettività dell' S_4 biduale, dato che tale gruppo risulta continuo.

In altri termini *si viene a trovare una relazione fra la circostanza che esistono due sole algebre non equivalenti, dotate di modulo, definite nel corpo complesso, di ordine* $n = 2$, *e la circostanza che esistono, nel piano complesso, due soli tipi, birazionalmente non equivalenti, di gruppi continui di trasformazioni quadratiche, non sottogruppi di gruppi più ampi dello stesso tipo.*

Tali gruppi, come risulta da un teorema dell'Enriques [1]), sono i due suddetti gruppi continui ∞^6 e ∞^7.

---

[1]) Enriques F., *Sui gruppi continui di trasformazioni cremoniane nel piano*, Rend. Acc. Lincei, 1893.

Processo verbale dell' adunanza del dì 8 gennaio 1949.

Presiede la socia anziana BAKUNIN, essendo presenti i soci ordinari CARRELLI, DE LORENZO, DIAMARE, PIERANTONI e D' ERASMO (segretario), ed il socio corrispondente SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza 4 dicembre, che è approvato, e comunica che il 31 dicembre scorso si è chiuso il concorso a premio della Fondazione di Studi « Sensales » amministrata dall'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, la cui aggiudicazione spetta, secondo le norme statutarie, per il triennio 1943-45 successivamente prorogato al 1946-48, all'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. In tempo utile vi ha partecipato un solo concorrente, il prof. GIORDANO BRUNI, da Parma, con l'invio di tre manoscritti inediti. Secondo le norme stabilite nel bando di concorso, l'Accademia provvede, su invito del Presidente, ad eleggere, a votazione segreta, la Commissione giudicatrice di detto concorso, che deve essere costituita da 5 soci ordinari. Proceduto alla votazione, la Commissione risulta così composta: BAKUNIN, CARRELLI, DE DOMINICIS, GIORDANI e MALQUORI. Essa riferirà all'Accademia in una prossima adunanza.

Il socio DIAMARE offre all'Accademia copia di due suoi recenti lavori riflettenti le cellule tiazinofile e i leucociti eosinofili e ricerche sulla anisotropia delle fibre muscolari striate, e presenta sul medesimo argomento una breve comunicazione dal titolo: « *Cellule tiazinofile e leucociti eosinofili. Ancora sulla banda anisotropa delle fibre muscolari striate* », che verrà inserita nel Rendiconto.

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 febbraio 1949.

Sotto la presidenza della socia anziana BAKUNIN si adunano i soci ordinari CARNERA, DE LORENZO, D'ERASMO (segretario), MALQUORI, PIERANTONI, SPAMPINATO ed il corrispondente SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza 8 gennaio, che è approvato. Indi comunica di aver invitato i cinque soci ordinari costituenti la Commissione giudicatrice del concorso al premio Sensales a riunirsi per l'esame dei lavori presentati dall' unico concorrente e a riferire in una prossima tornata. Dà poi notizia delle principali deliberazioni adottate dal Consiglio generale della Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli nella sua riunione del dì 14 gennaio scorso.

Constatato che il bilancio consente ora una maggiore larghezza per le pubblicazioni accademiche, il segretario propone che per l'anno 1949, modificando le precedenti restrizioni finora in vigore, venga aumentato il numero

delle pagine gratuite del Rendiconto a cui ciascun socio ha diritto per lavori propri o di estranei, portandolo a ventiquattro annue. Dopo che sarà stato definitivamente approvato il bilancio preventivo dell'anno in corso, si deciderà circa la ripresa della stampa degli Atti, di cui si ravvisa fin da ora l'opportunità.

Il socio Spampinato presenta, per il Rendiconto, due note, una delle quali, continuazione di precedenti ricerche pubblicate nel medesimo periodico, è la V nota sopra le *Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n dell' S_r proiettivo complesso*, mentre l'altra riguarda *Le catene t-dimensionali e la geometria corpo-proiettiva nell' S_r ipercomplesso di 1. specie sinistro o destro legato ad un' algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico.*

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 marzo 1949.

Assistono all'adunanza, presieduta dalla socia anziana Bakunin, i soci ordinari Carnera, Colamonico, De Lorenzo, D'Erasmo (segretario), Pierantoni e Spampinato ed il socio corrispondente Scherillo.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 5 febbraio, che viene approvato.

Il socio D'Erasmo presenta per il Rendiconto una sua nota dal titolo: *Le date di pubblicazione della « Fauna del Regno di Napoli »* di Oronzio Gabriele Costa e di Achille Costa e ne discorre.

L'Accademia si riunisce quindi in seduta privata per discutere affari di amministrazione interna.

Processo verbale dell' adunanza del dì 2 aprile 1949.

Presidenza della socia anziana Bakunin. Sono presenti i soci ordinari Carnera, Carrelli, De Dominicis, De Lorenzo, D'Erasmo (segretario), Diamare, Pierantoni, Spampinato, ed il socio corrispondente Salfi.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del dì 5 marzo, che è approvato.

Il socio Pierantoni presenta una nota del prof. Alfredo Sacchetti: *Su una « soglia » di equilibrio instabile dell' individuo considerato come « unità demogenetica »* e ne discorre, proponendone l'accoglimento per la stampa nel Rendiconto. — L'Accademia approva, lasciando a carico dell'autore l'esecuzione delle figure intercalate che accompagnano il lavoro.

Uguale proposta di inserzione nel medesimo periodico fa il socio corrispondente Salfi, presentando una nota del prof. Marcello La Greca sopra *Un caso di duplicazione in* Syllis gracilis. — L'Accademia approva.

Processo verbale dell' adunanza del dì 7 maggio 1949.

Sotto la presidenza della socia anziana Bakunin, si riuniscono i soci ordinari Carnera, Colamonico, De Dominicis, De Lorenzo, D' Erasmo (segretario), Diamare, Giordani, Malquori, Pierantoni, Spampinato ed i corrispondenti nazionali Nobile, Salfi e Scherillo.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza 2 aprile, che è approvato. Indi comunica che la Commissione Bakunin, Giordani, Carrelli, Malquori e De Dominicis, incaricata di riferire sui lavori presentati al concorso « Sensales » scaduto il 31 dicembre 1948, si è riunita nei giorni 3 e 5 maggio ed ha redatto una relazione — della quale egli dà lettura — concludente col parere unanime di ritenere i lavori presentati dall' unico concorrente « non meritevoli di essere presi in considerazione per il concorso» predetto. — L'Accademia approva all' unanimità la relazione predetta, che verrà integralmente trasmessa all' Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, amministratrice della Fondazione di Studi « Sensales ».

Il segretario presenta, a nome del socio corrispondente Pascal, che ne propone la inserzione nel Rendiconto, una nota del prof. Mario Giovanardi dal titolo: *Il metodo della tripla proiezione ortogonale e sua applicazione alla prospettiva lineare cilindrica.*

Il socio Spampinato presenta, per lo stesso periodico, una nota della dott. Emilia Tosques sulla *Caratterizzazione del sistema lineare di ipersuperficie cubiche dell' S_3 immagine complessa delle catene bidimensionali dell' S_4 triduale e suo grado.*

Con due distinte votazioni l' Accademia approva all' unanimità l'accoglimento delle note predette.

Processo verbale dell' adunanza del dì 4 giugno 1949.

Sono presenti i soci ordinari residenti Bakunin, Carnera, Colamonico, De Lorenzo, D' Erasmo, Diamare, Giordani, Malquori, Pierantoni ed il corrispondente nazionale Salfi.

Presiede la socia anziana Bakunin, segretario il socio D' Erasmo.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza 7 maggio, che è approvato. Indi presenta il volume del Rendiconto accademico dell' anno 1948, del quale è stata recentemente ultimata la stampa, e comunica, con profondo dolore, la morte, avvenuta il 2 giugno, del socio Filippo Silvestri, che apparteneva alla Sezione di Scienze naturali dal dì 8 agosto 1942.

Del compianto consocio, che sarà degnamente commemorato in altra adunanza dal prof. Mario Salfi, il socio Pierantoni ricorda brevemente e principali benemerenze di uomo e di studioso con le seguenti parole:

« La notizia della scomparsa di Filippo Silvestri, avvenuta a Bevagna suo paese natale, dove per suo desiderio era stato trasportato in lettiga alcuni giorni fa, è giunta a noi tutti assai dolorosa, per quanto non inattesa.

Il rapido declinare di una così eccezionale tempra di studioso e di lavoratore, rimasto al suo tavolo da studio fino a pochi mesi fa con la consueta ed indefessa attività, ha atterrito quanti lo conoscevano e profondamente addolorato quanti, come me, gli erano sinceramente affezionati. Filippo Silvestri nacque a Bevagna (Perugia) il 22 gennaio 1873. Laureato a Palermo nel 1896, fu assistente nell'Istituto di Anatomia Comparata di Roma, con Battista Grassi, fino al 1898. Fu poi due anni in Argentina, e di là passò in Patagonia per una spedizione scientifica. Nel 1900 venne nominato professore di Zoologia generale ed agraria nell'Istituto Sup. agrario di Portici, oggi facoltà di Agraria dell'Ateneo Napoletano. Altri numerosi viaggi ed esplorazioni zoologiche compì in seguito ed ebbe onorifici incarichi d'insegnamento anche all'estero, come negli Stati Uniti d'America. Lascia circa 500 pubblicazioni e monografie vertenti sovratutto sulla sistematica, sviluppo, biologia e morfologia degli Insetti e dei Miriapodi, oltre a notevoli contributi che hanno lasciato profonda traccia nel campo della biologia generale. La mole della sua opera ed il breve tempo trascorso dalla sua scomparsa non consentono una minuta disamina della sua formidabile attività di ricercatore, ad un tempo minuto e geniale. Basti ricordare gli studii sulla determinazione delle cellule germinali negli Imenotteri, con la formazione di due specie diverse di larve, attraverso il fenomeno della poliembrionia, da uno stesso uovo; gli studi veramente fondamentali sulla morfologia, sviluppo e sistematica dei Miriapodi e sulla sistematica, morfologia e biologia dei Termitidi e termitofili. Larga eco in tutto il mondo ebbero le sue teorie, fondate su personali osservazioni, sulla lotta biologica contro i parassiti e le malattie delle piante, che determinò molti dei suoi viaggi per la ricerca dei nemici e predatori dei parassiti. Profonda traccia sulla biologia sistematica hanno lasciato le sue scoperte sui Proturi e specialmente sull'*Acerentomon* e sullo *Zorotypus* rappresentanti di nuovi ordini, universalmente accettati, di insetti. Aveva in corso, ed in parte già pubblicate nei loro risultati, interessantissime osservazioni sulla sistematica e la biologia degli Strepsitteri, in cui aveva scoperto lo strano fenomeno della fecondazione attraverso la pelle. Fu accademico d'Italia, socio nazionale dei Lincei, dei XL, dei Georgofili e di numerose accademie ed istituti esteri. Lascia purtroppo incompiuto un grande trattato di Entomologia applicata, di cui è pubblicato il 3° volume. Dopo oltre mezzo secolo di studii ed osservazioni mai interrotti, F. Silvestri lascia un vero monumento di ricerche, che col tempo, anche con lo studio dei materiali da lui raccolti in lontane terre, e che, è da augurarsi, verranno studiati da discepoli e specialisti, renderà sempre più grande il suo nome e più luminosa la sua figura di scienziato e di italiano».

Il socio Diamare si associa, aggiungendo la sua particolare ammirazione per il Collega estinto, del quale ricorda le elette qualità che lo distinguevano, e sopratutto la grande generosità dell'animo.

Indi il segretario comunica l'avvenuta approvazione dello Statuto della «Società Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti in Napoli», di cui è stato recentemente comunicato dal Ministero il testo definitivo, ch'egli ha fatto stampare e distribuire a tutti i soci. Di tale Statuto, che rappresenta sostanzialmente un ritorno alle vecchie norme che regolarono la vita della Società prima delle modifiche apportate dai Decreti degli anni 1931, 1934 e 1937, il segretario dà lettura, fermandosi sopratutto sugli articoli di immediata applicazione e su quelli che rappresentano modificazioni delle norme precedentemente in vigore.

Poichè l'art. 2 assegna all'Accademia di Scienze fisiche e matematiche 27 soci nazionali *ordinari*, distinti in 20 *residenti* e 7 *non residenti*, e poichè l'art. 5 stabilisce che a quest'ultima categoria sono assegnati, anche se in soprannumero, quei soci ordinari residenti, che trasferiscano il loro domicilio fuori della provincia di Napoli, l'Accademia, presa in esame la situazione attuale, stabilisce unanime di ripartire i propri soci nazionali come appresso:

A) Soci nazionali ordinari residenti (posti *venti*)

1. De Lorenzo Giuseppe
2. Bakunin Maria
3. Giordani Francesco
4. Pierantoni Umberto
5. D'Erasmo Geremia
6. Diamare Vincenzo
7. Carnera Luigi
8. Colamonico Carmelo
9. Carrelli Antonio
10. Malquori Giovanni
11. Cacciopoli Renato
12. De Dominicis Alberto
13. Spampinato Nicolò
14 a 20. *Posti vacanti sette.*

B) Soci nazionali ordinari non residenti (posti *sette*)

1. Dainelli Giotto
2. Longo Biagio
3. Signorini Antonio
4. Picone Mauro
5. Armellini Giuseppe
6. Colosi Giuseppe
7. *Posto vacante uno.*

Poichè l'ultimo comma dello stesso art. 2 assegna all'Accademia di Scienze fis. e mat. 20 *soci corrispondenti nazionali* e 10 *soci stranieri*, in luogo dei 27 e 18, rispettivamente, previsti dal precedente Statuto dell'anno 1937, si constata che sono, in queste due categorie, vacanti alla data odierna i posti appresso indicati:

Soci corrispondenti nazionali . . . . . posti vacanti *sei*
Soci stranieri . . . . . posti vacanti *due*.

Si stabilisce di conseguenza, all'unanimità, che si possa procedere

dopo le ferie estive, alla elezione di nuovi soci ai posti vacanti nelle diverse categorie, incaricando il segretario di mettere all'ordine del giorno della adunanza del venturo novembre la riunione delle due sezioni per deliberare sulla scelta dei candidati da eleggere ai posti vacanti, secondo le norme dell'art. 12 dello Statuto.

Quanto alla ripartizione delle diverse categorie di soci nelle due Sezioni di *Scienze naturali* e di *Scienze matematiche*, si rimanda ogni decisione definitiva al momento in cui sarà formulato il nuovo Regolamento in applicazione dello Statuto approvato con Decreto 24 dic. 1948, n. 1652, confermando fin da ora il criterio generale adottato nei precedenti Regolamenti, che concedeva alla sezione di Scienze naturali un numero di soci delle diverse categorie all'incirca doppio rispetto a quelli assegnati alla Sezione di Scienze matematiche.

Poichè l'art. 7 stabilisce che tra i soci ordinari residenti devono essere scelti il presidente, il vice-presidente, il segretario ed il tesoriere, secondo le norme sancite dal successivo art. 13, si decide fin da ora di mettere all'ordine del giorno dell'adunanza di novembre la votazione per tali cariche.

Si passa quindi alla lettura dei successivi articoli dello Statuto, rilevando in particolare le nuove norme che regolano l'ammissione delle note di estranei nel Rendiconto (art. 16): esse devono essere presentate da un socio e riportare il parere favorevole di una Commissione nominata dal Presidente, nonchè la votazione favorevole dell'Accademia.

Il Socio Carnera presenta, per il Rendiconto, una sua nota dal titolo: *Le variazioni della latitudine ed il movimento del polo di rotazione terrestre negli anni 1946-49.*

Il socio Colamonico presenta, per lo stesso periodico, una nota del dott. Cristofaro Mennella sopra *La previsione delle disponibilità idriche estive nel Napoletano.* Il Presidente nomina la Commissione composta dai soci Colamonico, Carnera ed Imbò, con l'incarico di riferire nella prossima tornata.

L'Accademia, infine, autorizza il Segretario ad accettare, con le limitazioni in vigore, le note che fossero eventualmente presentate dai soci, durante il periodo delle vacanze estive, per l'inserzione nel Rendiconto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 novembre 1949.

Assistono all'adunanza, aperta alle ore 11, i soci residenti Bakunin, Caccioppoli, Carrelli, Colamonico, De Dominicis, De Lorenzo, D'Erasmo, Diamare, Giordani, Pierantoni, Spampinato ed il socio corrispondente Salfi. Presiede la socia anziana Bakunin, segretario il socio D'Erasmo.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 4 giugno, che è approvato. Indi comunica che dopo tale riunione pervennero all'Accademia,

e furono regolarmente inserite nel Rendiconto in corso di stampa, le seguenti note dei soci:

1° De Lorenzo Giuseppe, *Le balene di Melville*;

2° D'Erasmo Geremia, *Nuovi rinvenimenti di pachidermi quaternari nella Valle del Liri* (con 1 fig. interc. e 1 tavola).

Presenta quindi il calendario delle tornate ordinarie per l'anno 1950, fissato, in base alle norme consuete, come segue: gennaio 7, febbraio 4, marzo 4, aprile 1, maggio 6, giugno 3, novembre 4, dicembre 2. — L'Accademia approva.

Constatato che il numero dei soci ordinari residenti è attualmente di 13 e che pertanto il numero di quelli presenti (11) supera i due terzi prescritti dall'ultimo comma dell'art. 11 dello Statuto per la validità delle votazioni alle diverse cariche sociali, il presidente invita i soci a procedere, secondo l'ordine del giorno, alle elezioni del presidente, del vice-presidente, del segretario e del tesoriere.

Il segretario dà lettura dei vari articoli dello Statuto relativi a tali votazioni e distribuisce le schede ai soci ordinari residenti.

La votazione, fatta a scrutinio segreto, dà i risultati seguenti:

1) *Per la carica di presidente per l'anno 1950*:

Soci ordinari presenti e votanti 11:

Giuseppe De Lorenzo, voti 10; Maria Bakunin, voti 1.

2) *Per la carica di vice-presidente per l'anno 1950 (presidente per l'anno 1951)*:

Soci ordinari presenti e votanti 11:

Francesco Giordani, voti 9; Maria Bakunin, voti 1; Renato Cacciopoli, voti 1.

3) *Per la carica di segretario per il triennio 1950-52*:

Soci ordinari presenti e votanti 11:

Geremia D'Erasmo, voti 10; Carmelo Colamonico, voti 1.

4) *Per la carica di tesoriere per il triennio 1950-52*:

Soci ordinari presenti e votanti 11:

Umberto Pierantoni, voti 10; scheda bianca 1.

Annunziando il risultato di tali votazioni, il presidente avverte che, a norma dell'articolo 14 dello Statuto, esso sarà comunicato al Ministro della Pubblica Istruzione per l'approvazione del Capo dello Stato.

Si passa quindi alle proposte di nomina dei nuovi soci.

Il presidente comunica che la *Sezione di Scienze naturali*, adunatasi il 5 novembre, ha deciso all'unanimità di proporre alla approvazione della Classe, per la nomina ai tre posti vacanti nella categoria di socio ordinario residente, i nomi dei candidati seguenti:

1) Giuseppe Imbò; 2) Mario Salfi; 3) Antonio Scherillo.

Il Segretario legge il parere motivato sopra i requisiti scientifici di ciascuno dei candidati proposti, ed il presidente chiede ai soci ordinari

presenti all' adunanza se abbiano a proporre altri nomi. Non essendo stata fatta da alcuno altra proposta, i tre candidati predetti sono ammessi a votazione a scrutinio segreto, ottenendo tutti 11 voti favorevoli, sopra 11 soci ordinari presenti e votanti.

Successivamente il presidente comunica che la *Sezione di Scienze matematiche*, riunitasi il 5 novembre, è stata unanime nel proporre all'approvazione della Classe, per la nomina a 2 dei 4 posti vacanti nella categoria di socio ordinario residente, i nomi dei candidati seguenti:

1) Carlo Miranda; 2) Vittorio Nobile.

Il Segretario legge la relazione sui titoli scientifici dei nomi proposti, e non avendo alcuno dei presenti chiesto, a domanda del presidente, di integrare la lista con altri nomi, vengono ammessi a votazione, per scrutinio segreto, i due candidati predetti, ciascuno dei quali ottiene 11 voti favorevoli sopra 11 votanti.

Il presidente proclama quindi eletti soci nazionali ordinari residenti nella Sezione di Scienze naturali i proff. Giuseppe Imbò, Mario Salfi, e Antonio Scherillo, e soci nazionali ordinari residenti nella Sezione di Scienze matematiche i proff. Carlo Miranda e Vittorio Nobile, avvertendo che, a norma dell' art. 14 dello Statuto, anche queste elezioni verranno comunicate al Ministro della Pubblica Istruzione per l' approvazione del Capo dello Stato.

Di comune accordo si stabilisce di rimandare ad altra adunanza le eventuali proposte di nomina a socio nelle altre categorie.

Il socio Colamonico, tanto in nome proprio che in nome dei colleghi Carnera e Imbò, riferisce sulla nota del dott. Cristofaro Mennella su *La previsione delle disponibilità idriche estive nel Napoletano*, proponendone la inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Il socio Spampinato presenta, per il Rendiconto, una sua nota dal titolo: *Le geometrie fondamentali che generalizzano le geometrie non euclidee in S_r ipercomplesso.*

Processo verbale dell' adunanza del dì 3 dicembre 1949.

Sono presenti i soci ordinari residenti Bakunin, Carnera, Colamonico, De Dominicis, De Lorenzo, D' Erasmo, Giordani, Imbò, Miranda, Nobile, Scherillo, Spampinato.

Presiede il presidente De Lorenzo, segretario il socio D' Erasmo.

Nell' assumere la carica di Presidente, a cui è stato chiamato dalla fiducia dei colleghi, il prof. De Lorenzo sente il dovere di ringraziare i consoci tutti, e particolarmente la prof. Bakunin, che dirigendo con grande solerzia i lavori dell'Accademia in tutti questi anni del dopo guerra, ha fatto sì che essa potesse risorgere dalle distruzioni e rovine del 1943 ed avviarsi ad una nuova êra di feconda attività.

Il Segretario comunica, con profondo dolore, l'immatura scomparsa avvenuta in Napoli il dì 6 novembre, del socio corrispondente Mario Pascal, che apparteneva alla Sezione di Scienze matematiche dal dì 11 giugno 1932 e che all'Accademia delle Scienze di Napoli aveva dato, continuando la nobile tradizione scientifica paterna, parecchi pregevoli contributi matematici, specialmente nel campo della meccanica razionale, della quale occupava la Cattedra di ruolo nell'Accademia Aeronautica di Caserta.

Fra tali contributi inseriti nel nostro Rendiconto sono compresi tanto i primi lavori giovanili, rimontanti al 1919 e riflettenti le funzioni monogene di linee complesse, quanto l'ultima sua pubblicazione, che ebbe per oggetto l'efficace e l'appassionata commemorazione del suo maestro Roberto Marcolongo. In quella fredda mattina del gennaio 1948, parecchi fra i soci presenti videro per l'ultima volta in questa sede Mario Pascal, che, raccolte le estreme sue energie ormai fiaccate da lungo insidioso male, volle compiere il dovere di ricordare la figura e l'opera di un altro caro ed indimenticabile consocio, scomparso mentre più atroce imperversava la guerra. Si vide allora « un moribondo commemorare un morto », come egli scrisse al segretario dell'Accademia, accettando come un imperativo categorico l'invito a tale commemorazione. Perchè Mario Pascal ereditò dal padre il sentimento del dovere fino allo scrupolo, fino all'abnegazione, fino al sacrificio. Di Lui altri parlerà degnamente, con la necessaria competenza, in una prossima adunanza. Il Segretario, sicuro d'interpretare il sentimento unanime dei colleghi, ha espresso alla famiglia le vive condoglianze dell'Accademia e manda oggi un reverente saluto alla memoria del caro scomparso.

Il Segretario quindi comunica la ministeriale 26 novembre, con la quale s'informa che il Ministero ha dato corso ai formali provvedimenti per l'approvazione delle nomine alle diverse cariche sociali e dei nuovi soci nazionali ordinari residenti, secondo le deliberazioni del 5 novembre dell'Accademia.

Legge poi le lettere dei proff. Imbò, Salfi, Scherillo, Miranda e Nobile, che ringraziano per la elezione a soci ordinari residenti. Il Presidente dà il benvenuto al socio Miranda che assiste all'adunanza, e agli altri neoeletti già appartenenti al sodalizio in qualità di corrispondenti.

Dà infine notizia dello stato di pubblicazione del Rendiconto dell'anno 1949, che potrà regolarmente essere chiuso alla data 31 dicembre, e della situazione finanziaria nei due bilanci 1949 e 1950.

L'Accademia procede quindi alla nomina di una Commissione, composta dai soci Giordani, Colamonico e D'Erasmo, con l'incarico di predisporre, a norma dell'art. 23 dello Statuto sociale, un Regolamento interno, che dovrà poi essere sottoposto all'approvazione della Classe.

INDICE

V. Diamare — Cellule tiazinofile e leucociti eosinofili — Ancora sulla banda anisotropa delle fibre muscolari striate . . . . . Pag. 1

N. Spampinato — Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n dell' S_r proiettivo complesso . . . . . » 4

N. Spampinato — Le catene t-dimensionali e la geometria corpoproiettiva nell' S_r ipercomplesso di 1ª specie sinistro o destro, legato ad un' algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico . . . » 10

G. D' Erasmo — Le date di pubblicazione della « Fauna del Regno di Napoli » di Oronzio Gabriele Costa e di Achille Costa . . . . . » 14

M. La Greca — Un caso di duplicazione in *Syllis gracilis* Grube . . . . » 37

A. Sacchetti — Su una « soglia » di equilibrio instabile dell' individuo considerato come « unità demogenetica » . . . . . » 45

M. Giovanardi — Il metodo della tripla proiezione ortogonale e la sua applicazione alla prospettiva lineare cilindrica . . . . . » 85

L. Carnera — Le variazioni della latitudine ed il movimento del Polo di rotazione terrestre negli anni 1946-1948 . . . . . » 126

G. De Lorenzo — Le Balene di Melville . . . . . » 134

E. Tosques — Caratterizzazione del sistema lineare di ipersuperficie cubiche dell' S_5 immagine complessa delle catene bidimensionali dell' S_4 triduale » 149

C. Mennella — La previsione delle disponibilità idriche estive nel Napoletano . » 152

G. D' Erasmo — Nuovi rinvenimenti di pachidermi quaternari nella valle del Liri » 160

N. Spampinato — Le geometrie fondamentali, che generalizzano le geometrie non euclidee, in un S_r ipercomplesso . . . . . » 169

Processi verbali delle adunanze del dì 8 gennaio, 5 febbraio, 5 marzo, 2 aprile, 7 maggio, 4 giugno, 5 novembre, e 3 dicembre 1949 . . . . » 177

Indice del volume . . . . . » 187

Redattore responsabile ai termini di legge: prof. U. PIERANTONI

INDICE

V. Diamare — Cellule tiazinofile e leucociti eosinofili — Ancora sulla banda anisotropa delle fibre muscolari striate . . . . . Pag. 1

N. Spampinato — Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n dell' S_r proiettivo complesso . . . . . » 4

N. Spampinato — Le catene t-dimensionali e la geometria corpoproiettiva nell' S_r ipercomplesso di 1ª specie sinistro o destro, legato ad un' algebra dotata di modulo e definita in un qualunque corpo numerico . . . » 10

G. D' Erasmo — Le date di pubblicazione della « Fauna del Regno di Napoli » di Oronzio Gabriele Costa e di Achille Costa . . . . . » 14

M. La Greca — Un caso di duplicazione in *Syllis gracilis* Grube . . . . . » 37

A. Sacchetti — Su una « soglia » di equilibrio instabile dell' individuo considerato come « unità demogenetica » . . . . . » 45

M. Giovanardi — Il metodo della tripla proiezione ortogonale e la sua applicazione alla prospettiva lineare cilindrica . . . . . » 85

L. Carnera — Le variazioni della latitudine ed il movimento del Polo di rotazione terrestre negli anni 1946-1948 . . . . . » 126

G. De Lorenzo — Le Balene di Melville . . . . . » 134

E. Tosques — Caratterizzazione del sistema lineare di ipersuperficie cubiche dell' S_5 immagine complessa delle catene bidimensionali dell' S_4 triduale » 149

C. Mennella — La previsione delle disponibilità idriche estive nel Napoletano . » 152

G. D' Erasmo — Nuovi rinvenimenti di pachidermi quaternari nella valle del Liri » 160

N. Spampinato — Le geometrie fondamentali, che generalizzano le geometrie non euclidee, in un S_r ipercomplesso . . . . . » 169

Processi verbali delle adunanze del dì 8 gennaio, 5 febbraio, 5 marzo, 2 aprile, 7 maggio, 4 giugno, 5 novembre, e 3 dicembre 1949 . . . . . » 177

Indice del volume . . . . . » 187

Redattore responsabile ai termini di legge: prof. U. PIERANTONI